

(18) 富栄養化予測のための数理モデルに関する研究

— 入力関数およびサブモデルの時・空間的スケールに関する解析 —

STUDY ON A MATHEMATICAL MODEL FOR PREDICTION
OF EUTROPHICATION

— ANALYSIS ON TEMPORAL SCALES OF INPUT FUNCTIONS AND SPATIAL
SCALES OF SUBMODELS —

奥 川 光 治*・宗 宮 功**

Koji OKUGAWA*, Isao SOMIYA**

ABSTRACT ; Accuracy of a mathematical model for prediction of eutrophication, which is affected by temporal and spatial scales, has been analyzed in order to provide basic data to determine those scales more objectively. The analysis method is to evaluate accuracy of each submodel for temporal and spatial scales which are different from those in the standard simulation. The following results are obtained. (1) Accuracy of water quality balance model is little affected by temporal scales of proportion of diatoms, water temperature and light intensity. (2) Accuracy of each submodel is strongly affected by a temporal scale of precipitation. (3) Effects of temporal scales on accuracy vary with retention time of a lake. According to the simple model, if retention time is less than 5 times temporal scale of an input function, variation of an output is greater than 10% of that of an input. (4) Accuracy of outputs on water quantity is little affected by a spatial scale of the watershed of South Lake (the southern basin of Lake Biwa), but accuracy of outputs on water quality is strongly affected. Accuracy of load model is more important when determining a spatial scale of a watershed.

KEYWORDS ; Eutrophication, Mathematical model, Temporal scale, Spatial scale.

1. はじめに

閉鎖性水域における富栄養化現象の現況解析や将来水質の予測を目的として、各方面で種々の数理モデルが開発されている。数理モデルを開発する上で最も基本的な問題は、そのモデルでどのような情報をどの程度の精度で得ようとするのか、そのためにどのようなモデルを構築し、どのようなデータ（入力関数）を与えるのかということである。具体的に言うと、そのモデルで得ようとする情報が空間的には対象水域の平均的水質なのか、それとも対象水域をいくつかに分割した場合の各水域の水質なのか、また時間的には年平均水質なのか、それとも水質の月変化なのか、さらには情報の精度、言い換えれば誤差をどの程度許容するのかというようなことが重要であり、その目的に応じてモデルの構造と与えるべき入力関数の時間的、空間的スケールが決定される。しかし、従来モデルの構造と入力関数の時間的、空間的スケールの決定は、モデルの目的を念頭に置いていたとしても主観的な判断の域を出ていなかったと言える。本研究は琵琶湖南湖を対象に開発されたモデルを例として、入力関数と集水域のサブモデルという湖沼水質モデルの計算の与条件となる部分の時間的、空間的スケールを決定するための客観的で、合理的な判断材料を提供するため、それぞれがモデルの精度に与える影響を解明することを目的としている。

*富山県立技術短期大学 Toyama Prefectural College of Technology, **京都大学工学部 Kyoto University, Faculty of Engineering

2. モデルの精度と時・空間的スケール

モデルの時間的、空間的スケールに関する解析を行う前に、この章ではモデルの精度と時間的、空間的スケールの概念について整理しておく。

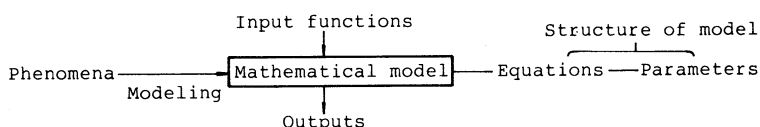


Fig. 1 Constitution of a mathematical model.

2.1 モデルの精度

精度は測定または理論的推定、近似計算などで使用されている概念であり、正確さと精密さを合わせたものであるが、その一方を示す場合もある。例えば、測定値の精度は次のように取扱われている。測定値 x は一定の確率分布（普通は正規分布）をもつ母集団から抜きとった標本と見なされる。 ξ を真の値、 μ を母平均、 σ を母分散とすると、 $\mu - \xi$ を偏りと呼び、偏りの程度の逆数を正確さという。また、測定値のばらつきは σ によってきまり、その程度を精密さという。この正確さと精密さを合わせて精度と呼んでいる。^{1),2)} 一方、モデルの精度は理論的推定、近似計算の場合に相当するが、モデルによる計算結果の正確さの度合を意味しており予測精度という用語も使われている。一般に数理モデルの構成を示すと Fig. 1 のようである。すなわち、ある現象が定式化され方程式群からなる数理モデルが構築される。現象の再現や予測にあたってはある適当なパラメータ群と入力関数が与えられ出力を得ることになる。この場合モデルの精度は出力に関する計算値と実測値とから評価がなされる。精度を左右するものとしては現象をモデル化するにあたりどのような要素（要因）から構築したかというモデルの構造が最重要であるが、入力関数の精度（測定の誤差）やパラメータ値の精度（推定の誤差）も精度に影響を与えている。また、数理モデルが連立微分方程式系の場合差分化して解を求めることが多いが、その場合数値解析の精度、すなわち差分方程式の近似の精度が問題になる。

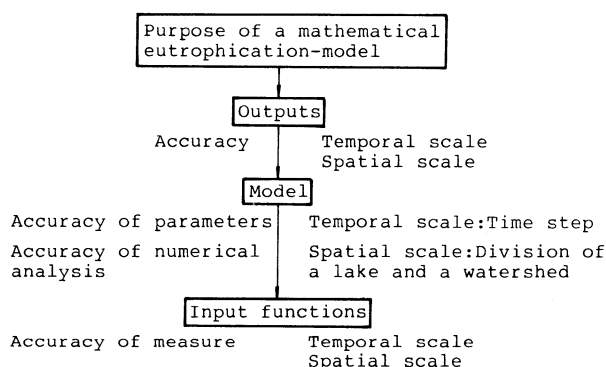


Fig. 2 Accuracy, temporal scale and spatial scale of a mathematical eutrophication-model.

この正確さと精密さを合わせて精度と呼んでいる。^{1),2)} 一方、モデルの精度は理論的推定、近似計算の場合に相当するが、モデルによる計算結果の正確さの度合を意味しており予測精度という用語も使われている。一般に数理モデルの構成を示すと Fig. 1 のようである。すなわち、ある現象が定式化され方程式群からなる数理モデルが構築される。現象の再現や予測にあたってはある適当なパラメータ群と入力関数が与えられ出力を得ることになる。この場合モデルの精度は出力に関する計算値と実測値とから評価がなされる。精度を左右するものとしては現象をモデル化するにあたりどのような要素（要因）から構築したかというモデルの構造が最重要であるが、入力関数の精度（測定の誤差）やパラメータ値の精度（推定の誤差）も精度に影響を与えている。また、数理モデルが連立微分方程式系の場合差分化して解を求めることが多いが、その場合数値解析の精度、すなわち差分方程式の近似の精度が問題になる。

2.2 時間的スケール

時間的スケールとは時間的な詳細さの度合を意味するが、入力関数やモデルの構造における時間的スケールもモデルの精度に影響を与える要因として重要である。出力の時間的スケールはモデルの目的に応じて決定される。例えば、モデルの目的が年平均水質の長期予測なのか、季節変化～月変化の予測なのか、日変化の予測なのかにより、出力に求められる時間的スケールが決められる。さらに、モデルの構造に関する時間的スケールについては数値計算のタイムステップをどうとるかという問題があるが、それは出力の予測精度、時間的スケールと数値計算の安定性から決定されるものである。入力関数に関してはモデルの構造に応じて毎日のデータを与えるのか、毎月のデータを与えるのかといった時間的スケールが決定される。

2.3 空間的スケール

空間的スケールとは空間的な詳細さの度合を意味するが、入力関数やモデルの構造における空間的スケールもモデルの精度に影響を与える要因として重要である。出力の空間的スケールは時間的スケールと同様モデルの目的に応じて決定される。すなわち、対象水域の代表水質（平均水質）値を得るのか、各水域の水質値を得るのかというようなモデルの目的により、出力の空間的スケールが決定される。モデルの構造に関する空間的スケールとしては、対象水域の分割程度とともに集水域の分割程度も重要である。なぜなら、集水

域からの汚濁負荷の流出量や流出のメカニズムが湖沼の水質に大きな影響を及ぼしているからである。これらのモデルの構造に関する空間的スケールは出力の予測精度，空間的スケールに応じて決定される。さらに，入力関数の空間的スケールはモデルの構造に応じて決定される。

以上，モデルの精度と時間的，空間的スケールの決定の様子を Fig. 2 に示しておく。なお，モデルがサブモデルから構成されている場合は，最終目的から順に各サブモデルを逆のばり入力関数まで，各段階で求められる精度と時間的，空間的スケールとが決定することになる。

3. 解析対象としたモデルの概要

本研究で解析対象としたモデルは琵琶湖南湖における平均的水質の季節変化～月変化の予測を目的として開発したモデルである(詳しくは文献3)を参照されたい)。このモデルは数理生態モデルと集水域における汚濁流出のモデルとを組み合わせることを試みたもので，Fig. 3 に示すように5つのサブモデルから構成されている。このモデルの特徴は次の4点である。(1)数理生態モデルを中心に据えている。(2)南湖への汚濁負荷のうち，集水域からの負荷，北湖からの負荷をサブモデル化している。(3)南郷洗堰における流量，水位調節の仮想的な人為操作モデルをサブモデルとして組み込んでいる。(4)入力関数として降水量，日射量，水温および植物プランクトン群集中の珪藻の割合を使用し，既存のデータを与えている。数理生態モデルでは各水質指標間の関連を Fig. 4 のようにとらえ，各水質指標ごとに数式設定を行った。北湖水質モデルは北湖水質の概略的变化を把握し，北湖から南湖への流入濃度を求めることを第一として開発したサブモデルである。北湖では季節により水温躍層が発達するので，水温躍層より上の上層と，下の下層との二層に北湖を分割し，それぞれは完全混合として数理生態モデルを適用した。南湖水質モデルでは南湖を単一の完全混合槽と仮定して数理生態モデルを適用した。タンクモデルは集水域から河川として，あるいは地下水として琵琶湖へ流入する流量を推定するものであり，簡略化して二段のタンクモデルを設定した。汚濁負荷量モデルはタンクモデルで得られた河川流量，地下水流量から琵琶湖に流入する汚濁負荷量を推定するサブモデルである。河川流量をもとに負荷量を算出するにあたっては， $L = k \cdot Q^n$ 型の負荷量表示式を用いた。ここで， L は負

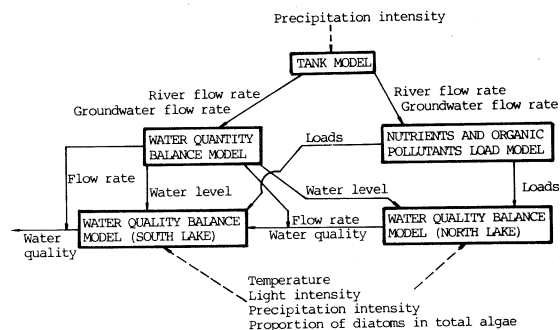


Fig. 3 Combination of submodels in the water quality prediction model.

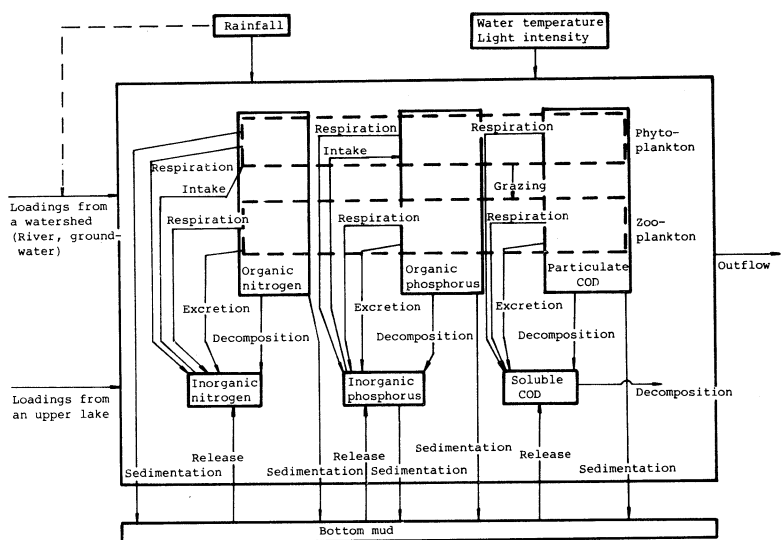


Fig. 4 Ecological relationships in a lake environment.

荷量, Q は流量, k, n は係数である。南湖集水域の k, n 値については河川流量と水質とに係る実測資料をもとに回帰分析を試み決定し、北湖集水域については原単位法により算出された値を参考にして年間総負荷量が南湖集水域の5倍になるよう k, n 値を決定した。地下水に係る負荷量は地下水中栄養塩濃度を一定として算出した。流量モデルは北湖から南湖への流入流量, 南湖からの流出流量および琵琶湖の水位を簡易に推定予測し、北湖および南湖水質モデルの入力として常識的に妥当な範囲で水位, 流量の季節変化を与えるサブモデルである。すなわち、琵琶湖の水収支と流量調節の仮想的な人為操作モデルとから流量, 水位の変動を算出するものである。

4. 解析方法

本研究では2章で見た時間的スケール, 空間的スケールのうち, 入力関数の時間的スケールならびに集水域に関するサブモデル(タンクモデルおよび汚濁負荷量モデル)の空間的スケールという南湖水質モデル, 北湖水質モデルにとって計算の与条件となる部分の時・空間的スケールに焦点をあて、両者を決定する上で判断材料を提供するため、両者がモデルの精度に与える影響を解明する。

4.1 時間的スケールに関する解析

出力に求められる精度を得るために入力関数の時間的スケールをどの程度にする必要があるのか, その判断材料を得る目的で解析を行う。解析には, ある1つの入力関数の時間的スケールを変化させてシミュレーションを実行し, 各サブモデルの予測精度を評価するという手法を用いる。ただし, 検証用の時系列実測データ(真の値)が得られていないサブモデル(タンクモデル, 汚濁負荷量モデル)があるので, 予測精度による評価のかわりに標準シミュレーションからの変動(感度)で評価することにする。出力 O に関する感度 S は次式で定義する。

$$S = (1/N) \cdot \sum_{i=1}^N |O^i - \bar{O}_s| / \bar{O}_s$$

ここで, S : 感度, N : 数値計算のステップ数, $O^i, \bar{O}_s$: i 番目の計算ステップの出力(添字 S は標準シミュレーションであることを示す), $\bar{O}_s$: 出力の年平均値, である。なお, 湖内水質については1年間の感度とともに各季節ごとの感度を算出し, 季節変化についても考察することにする。その他の出力については1年間の感度のみを算出する。

4.2 空間的スケールに関する解析

出力に求められる精度を得るためにサブモデルの空間的スケールをどの程度にする必要があるのか, その判断材料を得る目的で解析を行う。解析には, サブモデルの空間的スケールを変化させてシミュレーションを実行し, 各サブモデルの予測精度を評価するという手法を用いる。ただし, 時間的スケールの場合と同様予測精度のかわりに感度を用いて評価する。

Table 1 Temporal scales of input functions.

Classes of input functions	Observed data	Temporal scales of input functions and data processing
Precipitation	Daily data	◎ Daily (Observed data) → Monthly (Mean value)
Light intensity	Daily data	◎ Every 5 day (Mean value) → Monthly (Mean value)
Water temperature (South Lake)	Every 10-30 day data	◎ Every 5 day (Interpolated) → Monthly (Mean value)
Water temperature (North Lake)	Monthly data	◎ Every 5 day (Interpolated) → Monthly (Observed data)
Proportion of diatoms	Monthly data	◎ Every 5 day (Interpolated) → Monthly (Observed data)

◎ Temporal scale in the standard simulation.

両水質モデルと流量モデルの空間的スケール（琵琶湖内の水域分割）は南湖の平均水質を得るという目的と関連したモデル構造上の限界性のため、水域分割のためには琵琶湖内の流動に関して新たな原理を導入しモデルを再構築する必要があるのではここでは取扱わないことにする。

なお、本来サブモデルの空間的スケールに応じて入力関数（この場合降水量）の空間的スケールも変化させる必要があるが、降水量は南湖集水域、北湖集水域それぞれの内部について地域的分布がないとして扱う。

5. 解析結果および考察

5.1 時間的スケールに関する解析結果および考察

入力関数は珪藻の割合、水温、日射量、降水量の4種類である。降水量はタンクモデル、流量モデル、北湖水質モデル、南湖水質モデルの入力関数となっており、汚濁負荷量モデルを含めてすべてのサブモデルの予測精度に影響を与える。珪藻の割合、水温、日射量は北湖水質モデル、南湖水質モデルのみの入力関数であり、この2つのサブモデルの予測精度にのみ影響を与える。

Table 1 に入力関数の時間的スケールを示す。◎を付したのは標準シミュレーションにおける入力関数の時間的スケールである。それをそれぞれ Table のように変化させた場合における各サブモデルの予測精度を示したのが Fig. 5 a~d である。Fig. 6, 7 には入力関数の変化の様子を示す。出力に求められる（あるいは許容される）精度を相対誤差10%（感度0.1に相当）として以下の考察を進めよう。まず、珪藻の割合に関して時間的スケールを変化させた場合は最大感度でも0.046（南湖のInorg-P、春季）で最小値を示している。これは珪藻の割合の季節変化が一時期を除いて滑らかであることと標準シミュレーションで与えた5日毎のデータが実測値を内挿して求めた補間値であることから時間的スケールを変化させても珪藻の割合が大きくは変動しないこと、また珪藻の割合の変化に対しモデルの敏感さが小さいこと（年間を通じ1割の変動がある

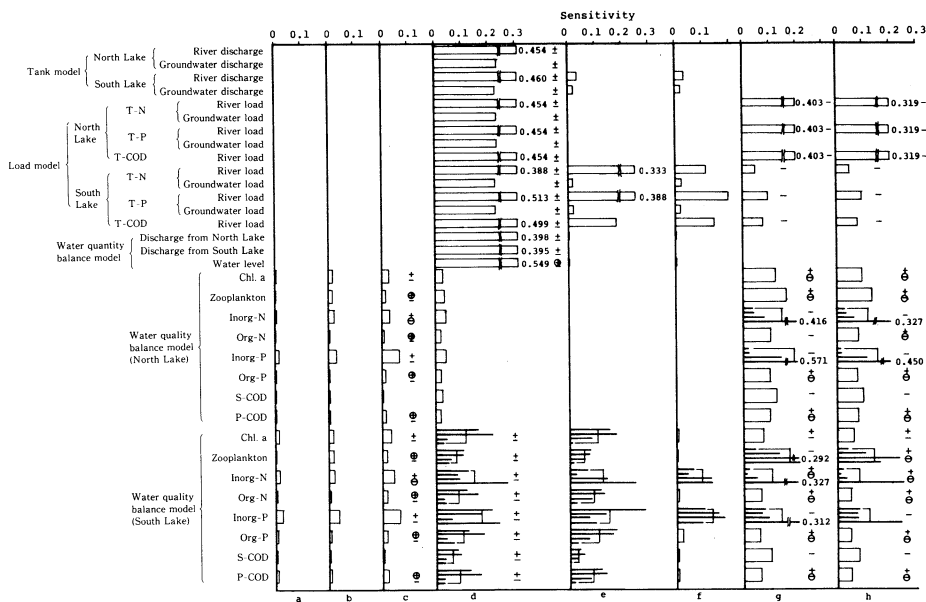


Fig. 5 Results of analysis on temporal scale and spatial scale and results of sensitivity analysis for parameter n .

- Annual sensitivity
- ≡ Sensitivity in each season (Spring Summer Autumn Winter)
- Increase
- Decrease
- ± Increase and decrease are the same degree.
- ◎ The tendency for ○ is strong.

- Analysis on temporal scale
- a. Proportion of diatoms, b. Water temperature
- c. Light intensity, d. Precipitation
- Analysis on spatial scale
- e. 1 watershed for South Lake (k, n : presumptive values by the simple model)
- f. 1 watershed for South Lake (k, n : determined assuming that each total amount of pollutants load is equal)
- Sensitivity analysis for parameter n
- g. 0.9 times n -value in the standard simulation
- h. 0.9 times n -value in the standard simulation and 4 watersheds for North Lake

とした場合の感度は北湖水質に対し0.004~0.023, 南湖水質に対し0.004~0.027である)に起因している。次に水温に関して時間的スケールを変化させた場合についてみると、最大感度は0.056(南湖のInorg-P, 春季)である。水温の場合、年間を通じ1割の変動があるとした場合のモデルの感度は北湖水質, 南湖水質それぞれに対し0.032~0.143, 0.023~0.139と大きな値を示す項目もある。しかし、水温の季節変化は珪藻の割合より滑らかであることと標準シミュレーションで与えたデータが珪藻の割合と同様実測値の補間値であることから時間的スケールを変化させても水温は大きくは変動せず、そのため出力の精度に大きく影響するまでには至らない。日射量に関しては実測値が日データであるので、5日毎のデータも月毎のデータもその平均値を与えている。そのため5日毎のデータではバラツキが見られる。しかし、日射量は大局的には夏季に高く冬季に低いという傾向があることと日射量の変化に対しモデルの敏感さが大きくないこと(年間を通じ1割の変動があったとした場合の感度は北湖水質に対し0.007~0.029, 南湖水質に対し0.010~0.035である)とから、時間的スケールを変化させても出力を大きく左右することはない。最大感度は南湖のInorg-Pで年間0.064, 春季0.102であるが、+の変動と-の変動が同程度であることから年平均値は実質的に変化していない。以上から、出力に求められる精度を相対誤差10%とすると、珪藻の割合、水温、日射量の時間的スケールは1月で十分である。降水量は前述したように他の入力関数と異なりすべてのサブモデルの予測精度に影響を与えるので2つの視点から考察を進める。1つは各サブモデルの予測精度間の関連についての視点であり、もう1つは他の入力関数との比

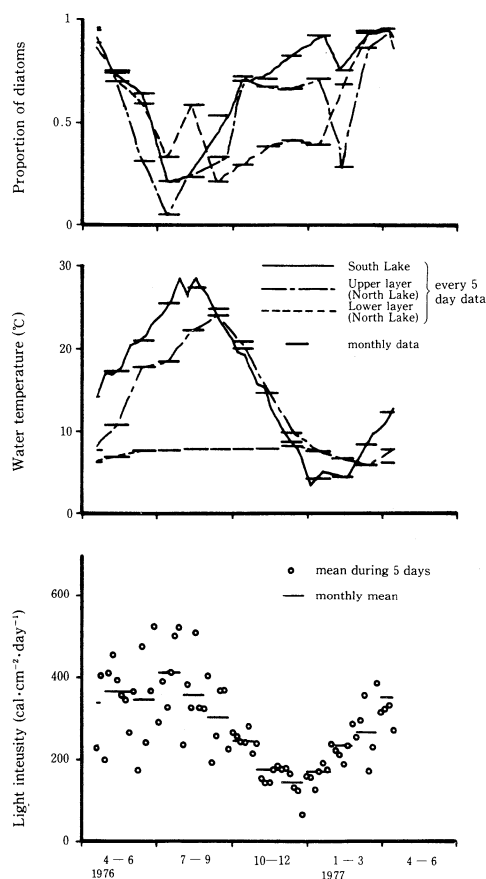


Fig. 6 Variation of proportion of diatoms, water temperature and light intensity.

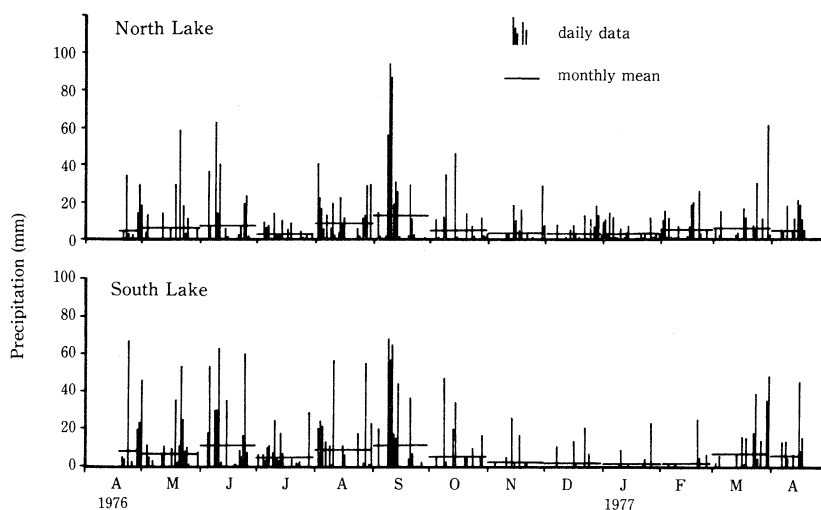


Fig. 7 Variation of precipitation.

較のための北湖、南湖両水質モデルの予測精度についての視点である。まず第1の視点についてみると、降水量は Fig. 7 に見られるように変動が非常に激しいことと降水量の変動に対するモデルの敏感さが大きいことから時間的スケールのとり方により出力が大きく左右される (Fig. 8, 9, 10 参照)。各サブモデルの感度は Fig. 5 d に示されている。タンクモデルの感度は河川流量 0.454~0.460, 地下水流量 0.228~0.234 と大きな値を示している。流量モデルの感度は北湖流出量・南湖流出量 0.395~0.398, 水位 0.549 というように、流出量では減少傾向、水位では増加傾向を示すという違いはあるが、タンクモデルの感度がほぼそのまま伝達している。汚濁負荷量モデルの感度も河川負荷量 0.388~0.513, 地下水負荷量 0.228~0.234 を示し、タンクモデルの感度がほぼそのまま伝達している。しかし、Fig. 8 に示されているようにタンクモデル、汚濁負荷量モデルでは月平均降水量を与えることにより変動が平滑化していることと北湖、南湖とも完全混合を基本としていることから、北湖水質モデル、南湖水質モデルの感度は他のサブモデルに比べて大きくはない。とくに北湖水質では 0.020~0.039 を示しいずれの項目も 0.04 以下と小さい。南湖水質では 0.059~0.167 であり、Inorg-P 0.167, Inorg-N 0.139, Chl. a 0.111 がやや大きな感度を示している。このように流量モデル、汚濁負荷量モデル、さらにはタンクモデルの感度は北湖水質モデルへは 1/10 程度、南湖水質モデルへは 1/4~1/3 程度となって伝達している。したがって、タンクモデルの精度が南湖水質モデルに比べ 3~4 倍悪くても、モデルの最終的な目的である南湖水質モデルの精度は保たれることになる。一方、第2の視点についてみると、北湖水質モデル、南湖水質モデルの年間感度は第1の視点で見たとおり南湖で大きな値を示しており、季節的にも 0.267 (Inorg-N, 冬季) という感度が見られる。したがって、南湖水質モデルに求められる予測精度を相対誤差 10% とすると降水量の時間的スケール 1 月は過大である。さらに詳細に見るならば、ピークの出現時期が 1 月程度ずれる場合も見られる。南湖と北湖の相違は珪藻の割合、水温、日射量の場合にも共通しているが、これは滞留時間の相違によるものである。ここで滞留時間と入力関数の時間的スケールとの関係を検討するため簡単なモデルを考えてみよう。Fig. 11 に示すように容積 V の湖 (完全混合と仮定) に流量 Q 、濃度 C_{IN} で流入があり、流量 Q 、濃度 C で流出しているモデルを考える。物質収支式は、

$$d(C \cdot V) / dt = Q(C_{IN} - C) \quad \text{———} \textcircled{1}$$

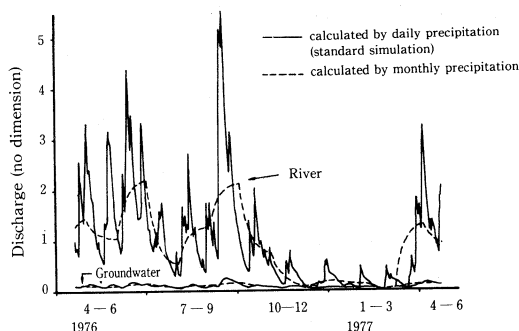


Fig. 8 Simulation results of tank model (watershed of South Lake). Each discharge is shown by the ratio for annual mean of river discharge in the standard simulation.

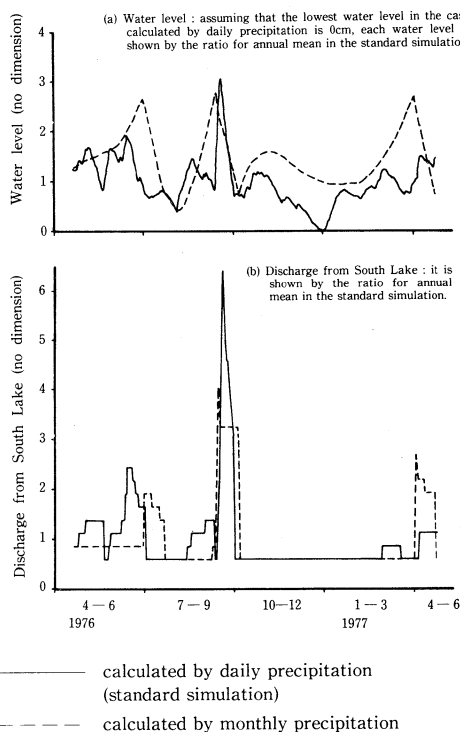


Fig. 9 Simulation results of water quantity balance model.

で示される。①式を Q , V が一定, C の初期値が C_0 として解くと,

$$C = C_0 \cdot e^{-\frac{t}{T}} + \frac{1}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \int_0^t e^{\frac{t}{T}} \cdot C_{IN} dt$$

となる。ここで, t : 時間, T : 滞留時間 (V/Q) である。入力関数 (C_{IN}) の変動が滞留時間との関係で出力 (C) にどう伝達するか見るため Δt 時間毎に変動する (0 または 10 の値をとる) C_{IN} を与え, C を求めたのが Fig. 12 である。入力関数の変動 10 に対して出力の変動は, $T=0.5 \cdot \Delta t$ の場合 7.7, $T=5 \cdot \Delta t$ の場合 1.0, $T=20 \cdot \Delta t$ の場合 0.3, $T=1000 \cdot \Delta t$ の場合 0.0 を示しており, $T/\Delta t$ が小さくなるに従い変動が激しく伝達するようになる。したがって, $T \leq 5 \cdot \Delta t$ (滞留時間が入力関数の時間的スケールの 5 倍以下) の場合, 出力の変動は入力関数の変動の 10% 以上となり注意が必要である。Fig. 13 に南, 北湖の滞留時間の変動を示す。北湖では約 300~3500 日の範囲にあるため, 日降水量を与えた場合 $300 \leq T/\Delta t \leq 3500$, 月降水量を与えた場合 $10 \leq T/\Delta t \leq 120$ となり, 出力に大差はない。しかし, 南湖では滞留時間が約 2~24 日であるため, 日降水量を与えた場合 $2 \leq T/\Delta t \leq 24$, 月降水量を与えた場合 $2/30 \leq T/\Delta t \leq 24/30$ となり, 降水量の時間的スケールが出力に大きな影響を及ぼしている。このように, 入力関数の変動が大きく, その入力関数に対するモデルの敏感さが大きい場合は, 滞留時間を考慮して $T \geq 5 \cdot \Delta t$ 程度となるよう時間的スケールを決定する必要がある。

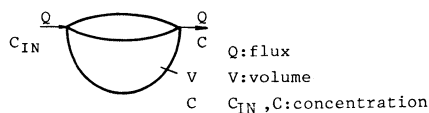


Fig. 11 A simple model for analysis of a relationship between retention time and temporal scale of an input function.

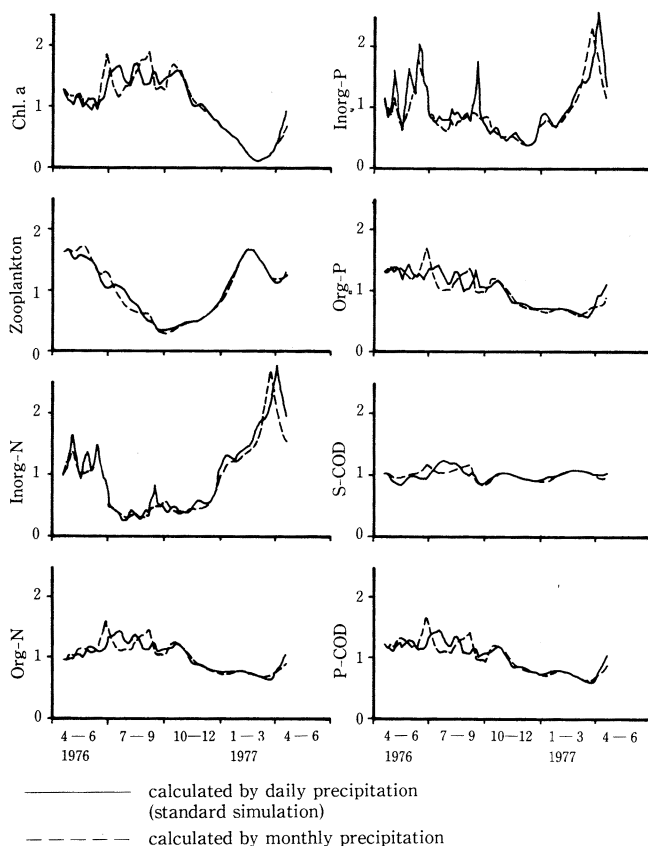


Fig. 10 Simulation results of water quality balance model (South Lake). Each concentration is shown by the ratio for annual mean in the standard simulation.

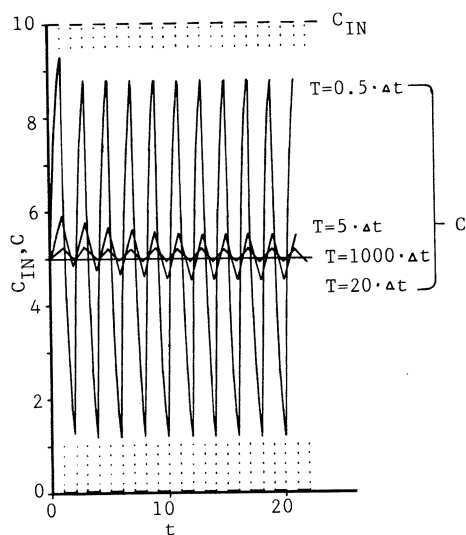


Fig. 12 Variation of C_{IN} and C .

5.2 空間的スケールに関する解析結果および考察

Table 2 にサブモデルの空間的スケールを示す。解析の結果を Fig. 5 e に示す。南湖集水域を 1 流域とした場合、水量に関するサブモデルの感度はいずれも小さく、タンクモデルで河川流量 0.033, 地下水流量 0.020, 流量モデルで北湖流出量・水位 0.002, 南湖流出量 0.000 を示しており、空間的スケールはとくに問題とならない。しかし、質に関するサブモデルでは汚濁負荷量モデルで河川負荷量の感度が 0.178~0.388 を示し、その結果として南湖水質モデルでも年間感度で 0.030~0.147, 季節的には春季の Inorg-P で 0.285 というように大きな変動を生じている。これは南湖集水域を 1 流域として扱うため河川流量 Q が大きくなるのに対し、汚濁負荷量モデル $L = k \cdot Q^n$ の構造から Q が指数関数的に汚濁負荷量 L を規定するためである。したがって、汚濁負荷量モデルの予測精度、言い換えれば k, n 値にどのようなデータを与えるかがモデル全体の予測精度にとって重要である。本解析のように各小流域毎に k, n 値が求められていて流域を統合して扱う場合、 k, n 値をどう決定すればよいのか。本解析では簡単なモデルを考えて決定した。すなわち、Fig. 14 に示すように流域面積の等しい N 流域があり、同一降雨に対して同じように流出すると仮定すると、各流域に対して同じ式 $L_o = k_o \cdot Q_o^{n_o}$ ——② が成り立つ。全流域に対する汚濁負荷量式を $L_T = k_T \cdot Q_T^{n_T}$ とし、 $L_T = N \cdot L_o$, $Q_T = N \cdot Q_o$ を代入して変形すると $L_o = k_T \cdot N^{n_T-1} \cdot Q_o^{n_T}$ ——③ となる。②③ 式が常に成り立つためには、

$$k_o = k_T \cdot N^{n_T-1}, \quad n_o = n_T$$

となる。よって流域を統合して扱う場合、

$$k_T = k_o \cdot N^{1-n_T}, \quad n_T = n_o$$

Table 2 Spatial scales of submodels.

Classes of submodels	Spatial scales
Water quality balance model (South Lake)	◎ 1 box
Water quality balance model (North Lake)	◎ 2 boxes (Upper layer, lower layer)
Water quantity balance model (Water level, discharge from South Lake)	◎ 1 box (For South and North Lakes)
Water quantity balance model (Discharge from North Lake)	◎ 1 box (For South Lake)
Load model (South Lake)	◎ 23 watersheds → 1 watershed
Load model (North Lake)	◎ 1 watershed → 4 watersheds
Tank model (South Lake)	◎ 23 watershed → 1 watershed
Tank model (North Lake)	◎ 1 watershed → 4 watersheds

◎ Spatial scale in the standard simulation

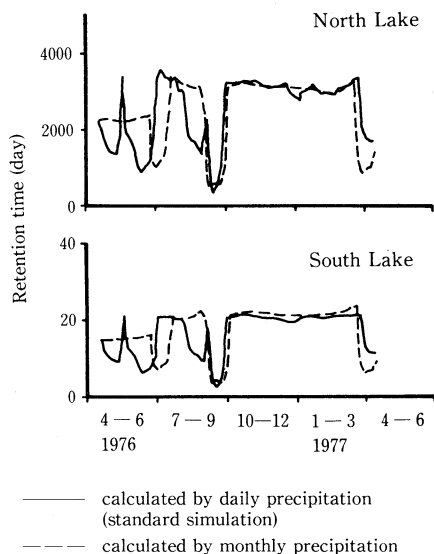


Fig. 13 Variation of retention time for South Lake and North Lake.

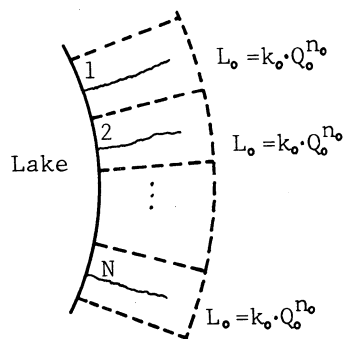


Fig. 14 A simple model for watershed.

Table 3 k , n -values of load model (the watershed of South Lake)

	T-N	T-P	T-COD
Mean values for 23 watersheds	$L = 169Q^{1.00}$	$L = 22.1Q^{0.859}$	$L = 455Q^{0.903}$
Presumptive values by the simple model	$L = 169Q^{1.00}$	$L = 34.4Q^{0.859}$	$L = 617Q^{0.903}$
Values determined assuming that each total amount of pollutants load is equal	$L = 253.5Q^{1.00}$	$L = 55.25Q^{0.859}$	$L = 728Q^{0.903}$

として、 k_T , n_T が求められる。実際には各流域面積は等しくなく k_o , n_o も異なるので k_o , n_o として平均値を用い、 k_T , n_T を決定した。このようにして求めた k , n 値を Table 3 に示す。しかし、求めた k , n 値は種々の仮定の下に推定したものであるため、シミュレーション結果には前述のように大きな変動が生じている。そこで、年間総負荷量が空間的スケールを変化させても同一となるよう k 値を求め (Table 3), 解析した結果が Fig. 5 f である。汚濁負荷量モデルの感度は河川負荷量で 0.115~0.197 と 0.35~0.81 倍となっているにすぎないが、南湖水質モデルの感度は Inorg-N 0.093 (0.76 倍), Inorg-P 0.132 (0.90 倍) を除くと 0.003~0.021 (0.05~0.20 倍) を示し、精度は良くなっている。

北湖集水域を 4 流域とした場合は、汚濁負荷量モデルの n 値が 1.0 であるため、シミュレーション結果に変化はない。しかし、Fig. 5 g に示すようにパラメータ n の感度解析では、汚濁負荷量モデルにおいて河川負荷量の感度が南湖で 0.050~0.096 であるのに対し、北湖では 0.403 を示している。これは南湖集水域では 23 流域に分割しているのに対し、北湖集水域では分割せず 1 流域としたため Q が非常に大きな値となり n の変化に対してモデルが非常に敏感になっているためである。その結果北湖水質モデルでも年間感度で 0.099~0.167, 季節的には冬季の Inorg-P で 0.571 というように大きな感度を示している。さらに、その影響が南湖水質モデルにも及んでおり年間感度 0.061~0.170 を示している。そこで、北湖集水域を 4 分割して n の感度解析を行ってみると、Fig. 5 h に示すように汚濁負荷量モデルの感度が北湖の河川負荷量で 0.319 (0.79 倍), 北湖水質モデルの感度が 0.077~0.151 (0.77~0.79 倍), 南湖水質モデルの感度が 0.048~0.134 (0.77~0.80 倍) を示し、小さくなっていることがわかる。

以上のように、集水域の分割・統合においては汚濁負荷量モデルの取扱い (k , n 値の決定) が重要となる。 $L = k \cdot Q^n$ という簡単な負荷量表示式ですべての河川流域に対して求めるには多大な労力が必要であり、現実には何らかの形で簡略化が行われ、流域の統合がなされる。その場合シミュレーション結果の安定性という観点から流域の分割・統合の程度を決めるとともに、年間総負荷量について他の方法 (例えば原単位法) で求められた汚濁負荷量と比較するなどしてより信頼のおけるモデルとすることが必要である。

6. おわりに

モデルの精度はそのモデルで得ようとする情報の性格、言い換ればモデルの目的に応じて決まるものである。モデルがサブモデルから構成されている場合はモデル全体の精度を得るためサブモデル間の精度の統一が必要になる。この精度の統一というのはサブモデル間の精度の一致を意味するのではなく、モデル全体への影響の度合いが同程度となるよう各サブモデルごとに適切な精度が決定されることを意味する。したがって、全体への影響の度合いが大きいサブモデルでは精度が高められる必要があるが、そうでない場合は精度が必ずしも高い必要はない。各サブモデルの精度が決まればそれに応じて入力関数の精度も決定される。本研究はモデルの精度に影響を与える時間的、空間的スケールの決定をより客観的なものとするためその判断材料を提供することを目的としており、琵琶湖南湖を対象に開発した富栄養化モデルの入力関数および集水域のサブモデルという湖沼水質モデルの計算の与条件となる部分に関する時間的、空間的スケールに焦点をあて解析を行った。解析は時間的スケール、空間的スケールを変化させてシミュレーションを実行し、各サブモデル

ルの予測精度を評価するという手法を用いた。ただし、時系列実測データが得られていないサブモデルがあるので、予測精度による評価のかわりに標準シミュレーションからの変動（感度）で評価した。

得られた結論を要約すると以下のとおりである。

(1) 珪藻の割合、水温、日射量の時間的スケールを5日から1月に変化させても、北湖水質および南湖水質の予測精度への影響は最大感度でも0.046～0.064というように小さい。これはこれらの入力関数の季節変化が滑らかであるかまたはモデルが敏感でないかという理由による。よって、出力に求められる精度を相対誤差10%とすると、これらの入力関数の時間的スケールは1月で十分である。

(2) 降水量は季節変化が大きくモデルも敏感であるため時間的スケールを変化させた場合精度への影響は大きい。しかし、サブモデルによって影響は異なり、流量モデル、汚濁負荷量モデルで感度が0.228～0.549とタンクモデルの感度がそのまま伝達しているのに対し、北湖水質モデルでは1/10程度、南湖水質モデルでは1/4～1/3程度となって伝達している。したがって、タンクモデルの予測精度は南湖水質モデルに比べ3～4倍悪くてもよい。また、南湖水質モデルに求められる予測精度を相対誤差10%とすると降水量の時間的スケール1月は過大である。

(3) 入力関数の時間的スケールが精度に与える影響は北湖より南湖の方が大きい。これは滞留時間の相違によるものであるが、簡略化したモデルによると $T \leq 5 \cdot \Delta t$ (滞留時間が入力関数の時間的スケールの5倍以下) の場合、出力の変動は入力関数の変動の10%以上となる。

(4) 南湖集水域を23流域から1流域に変化させた場合精度に与える影響は、水量に関するサブモデルでは感度が0.000～0.033と小さく問題とならなかったが、水質に関するサブモデルでは汚濁負荷量モデルで河川負荷量の感度が0.178～0.388、その結果として南湖水質モデルの感度が0.030～0.147と大きな影響を示した。汚濁負荷量モデルの k , n 値を年間総負荷量が等しくなるように決定した解析では、汚濁負荷量モデルの感度が河川負荷量で0.35～0.81倍、南湖水質モデルでは Inorg-N 0.76倍、Inorg-P 0.90倍を除くと0.05～0.20倍を示し、精度は良くなった。また、汚濁負荷量モデルのパラメータ n の感度解析では、河川負荷量の感度が南湖集水域（23流域に分割）で0.050～0.096であるのに対し、北湖集水域では1流域とした場合0.403、4流域とした場合0.319を示した。したがって、集水域の空間的スケールの決定では汚濁負荷量モデルの精度(k , n 値の決定)が重要であり、シミュレーション結果の安定性から流域の分割・統合の程度を決めるとともに、年間総負荷量について他の方法（例えば原単位法）での算出値と比較するなどしてより信頼のおけるモデルとすることが必要である。

〔参考文献〕

- 1) 玉虫文一ら：岩波理化学辞典第3版，岩波書店，p.457，1971.
- 2) 土木学会監修：土木用語辞典，技報堂・コロナ社，p.601，1971.
- 3) 奥川光治，宗宮 功：数値モデルによる富栄養化のシミュレーション解析，土木学会論文報告集 第337号，pp.119-128，1983.

(18) 富栄養化予測のための数理モデルに関する研究 ～入力関数およびサブモデルの時・空間的スケールに関する解析～

国立公害研究所水質土壌環境部 福島 武彦

近年、富栄養化が進むにつれて、湖沼、内湾等の水域を対象に各種の水質予測モデルが提案され、実測水質データとの比較、検討が行われている。これらの水質予測モデルに要求される精度はモデル作成の目的により変わると考えられるが、実測値との間に誤差が生じる原因としては、①モデル構造の誤り（必要な変数の欠如等）、②種々のパラメーターの推定誤差、③モデルへの入力時系列の精密さ、④検証に用いられる実測データの代表性、⑤数値計算に用いる離散化スキームのもつ誤差、等が挙げられよう。②、⑤等の影響については議論された例があるものの、①、③、④等の問題については従来あまり目が向けられなかった。本論文はいくつかのサブモデルから構成されている琵琶湖水質予測モデルを対象に、主に②、④から生じる誤差をシミュレーション結果を用いて評価し、入力関数、サブモデルの適切な時間、空間スケールを提言している。現段階では他の水域、あるいは琵琶湖でも構造の異なるモデルには適用が難しい点もあるが、膨大な内容を有する水質予測モデルにおいて無駄な部分を削ってゆこうとする立場から、時宜を得たものであり、十分に評価されるべきものと考えられる。以下に論文を拝見して気付いた点を述べさせていただく。

(1) 感度 S を $(1/N) \sum |O_i - \bar{O}_i| / \bar{O}_i$ で定義すると、バイアスと変動の両方の効果はいり、評価および理論的考察（例えば周波数応答特性の検討）がやりにくくはないでしょうか。

(2) 図 5. C（日射量の影響）を見ると、懸濁態で+側、溶存態で-側のバイアスを有する傾向が観察される。この平均値の偏りの大きさはどの程度なのか。日射量データの入れ方により植物プランクトンの増殖係数等の確率分布はどのように変化するか。また、水温では日射量のような傾向が見られないのは何故でしょうか（日射量は Michaelis - Menten 型、水温は指数型で入られたと思うが、後者の方が非線形性が弱いのでしょうか）。

(3) 5. 1. 中に「年間を通じ 1 割の変動があるとした場合の感度は……」という表現があるが、変動としてはどのようなパターンを与えたのか。変動の時間スケールによってこの感度は変化しないのか。

(4) 同じく 5. 1. 中に「タンクモデルの精度が南湖水質モデルに比べ 3～4 倍悪くても……」という表現があるが、非線形性の強いモデルの場合にはバイアスの効果が大きく、このようなことはいえないのではないのでしょうか。

(5) 物質収支式である式①の周波数応答のゲインは $\{T^2\omega^2 + 1\}^{-\frac{1}{2}}$ であり（ ω は変動の角周波数）、この式の右辺に反応項 V_{kc} を加えた式でのゲインは $\{T^2\omega^2 + (1 - kT)^2\}^{-\frac{1}{2}}$ となる（ k は一次反応係数、 $kT < 1$ ）。 kT の大きさによってゲインは変化することが予想されるが、この琵琶湖水質予測モデルでは kT の影響は無視しうるのでしょうか。

(6) k_T 、 n_T の算定にあたり、各流域の平均的な $\bar{Q}$ による重みを付けてこれを予測する方法もあるのではないのでしょうか。例えば平均流量時、最大流量時での 2 本の式を用いて k_T 、 n_T を決定する方法も考えられる。

(7) 図 5. g, h は n が変化する場合とあるが、この時年間負荷量も変化しているのでしょうか。