

物理（記述解答問題）

〔Ⅲ〕以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

半径 R の円筒形のガラス容器に透明な液体を入れ、容器の中に置いた物体が外からどのように見えるかを考える。

液体の屈折率を n ($1 < n < 2$) とする。また、ガラス容器の厚さは無視する。

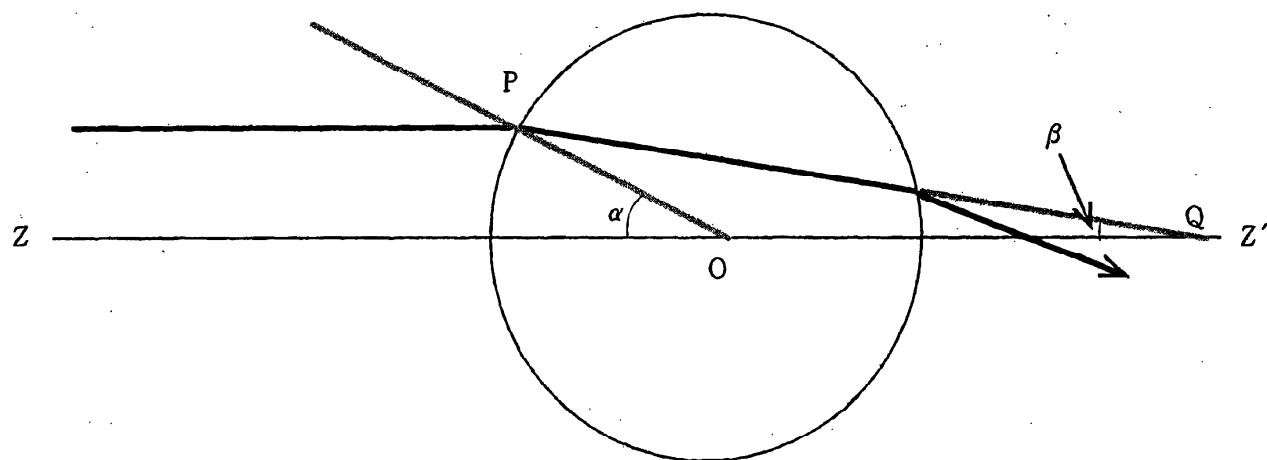


図 1

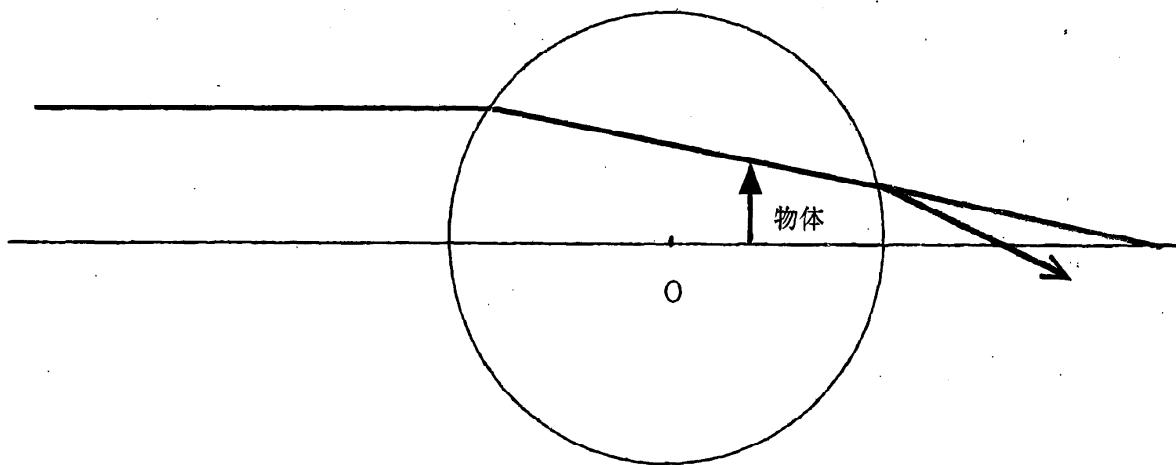


図 2

問1 図1は円筒容器の断面図である。この円筒容器の直径の延長線 ZZ' に平行に入射した光線が容器と交わる点を P , P で屈折した光線の延長線が ZZ' と交わる点を Q , 容器の円の中心を O とする。 ZZ' と OP のなす角を α , $\angle PZO$ を β としたとき, 点 P で光線が満たすべき屈折の式を求めよ。

問2 OQ の距離を n と R を用いて表せ。ただし, α や β は小さい角度と考えて, 小さな角度 θ に対する近似式 $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$ を用いよ。

問3 この円筒容器の中に, 図2のように物体をいたときにできる像を作図せよ。答は解答欄の図中に記入せよ。

問4 物体を ZZ' 上, 中心 O から x だけ離れた位置に置いた。このときにできる像の位置から中心 O までの距離を y とする。 y を問2で用いた近似を使って求めよ。
ただし, $-R \leq x \leq R$ とし, 光線の進行方向を x の正の方向とする。

問5 問4の場合の倍率を求めよ。

問6 物体を中心 O に置いたときの倍率を求めよ。

問7 倍率が最大になるときの x と, そのときの倍率を求めよ。

問2では $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$ の近似を用いたが, α が大きいときはこの近似は成り立たない。この近似が成立するのは $\alpha \rightarrow 0$ のときで, 厳密には OQ の長さは点 P の位置に依存する。点 P が直線 ZZ' から離れるにしたがって OQ の長さがどう変化するかを上の近似式と厳密な式とで計算してみよう。

問8 α が 45° , β が 15° のとき, 問2の近似を使って距離 OQ を求めよ。

問9 α が 45° , β が 15° のとき, 問2の近似を使わずに厳密な距離 OQ を求めよ。

$$\text{必要ならば } \sin 15^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{2 - \sqrt{3}} \approx 0.26 \text{ を用いよ。}$$