1 の解答・解説

【解答】

(1)　求める糸の長さを l とすると，単振り子の周期 T は重力加速度を g として，$T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ であるから，

$$l=\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 g=\left(\frac{2.0}{2\times3.14}\right)^2\times9.8\fallingdotseq\underset{\sim\sim\sim\sim}{0.99\ 〔\mathrm{m}〕}$$

(2)　レールの半径を r，電車の速さを v とすると，点Bの向心加速度 a_{B} は，

$$a=\frac{v^2}{r}=\frac{10^2}{100}=\underset{\sim\sim\sim\sim}{1.0\ 〔\mathrm{m/s^2}〕}$$

(3)　電車内で見ると，おもりには重力 mg，糸の張力 S 以外に遠心力が働いているように見える。点Bが半円E上を運動しているとき点Bの位置にあるおもりに働く遠心力は進行方向右向きであるから（図１参照），このとき糸が鉛直方向となす角 θ は，おもりに働く力のつり合いを考えて，

$$\tan\theta=\frac{ma_{\mathrm{B}}}{mg}=\frac{a_{\mathrm{B}}}{g}=\frac{1.0}{9.8}\fallingdotseq\underset{\sim\sim}{0.10}$$

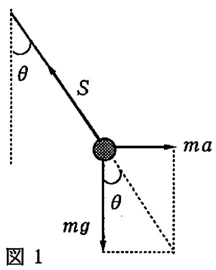


図 1

(4)　点A，点Cの位置ベクトルをそれぞれ $\vec{r_{\mathrm{A}}}$，$\vec{r_{\mathrm{C}}}$ とすると，

$$\vec{r_{\mathrm{A}}}=\vec{r_{\mathrm{B}}}+\overrightarrow{BA}=\vec{r_{\mathrm{B}}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}=\vec{r_{\mathrm{B}}}+\frac{1}{2}(\vec{r_{\mathrm{B}}}-\vec{r_{\mathrm{D}}})=\underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{3}{2}\vec{r_{\mathrm{B}}}-\frac{1}{2}\vec{r_{\mathrm{D}}}}$$

$$\vec{r_{\mathrm{C}}}=\vec{r_{\mathrm{D}}}+\overrightarrow{DC}=\vec{r_{\mathrm{D}}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DB}=\vec{r_{\mathrm{D}}}+\frac{1}{2}(\vec{r_{\mathrm{B}}}-\vec{r_{\mathrm{D}}})=\underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{1}{2}\vec{r_{\mathrm{B}}}+\frac{1}{2}\vec{r_{\mathrm{D}}}}$$

(5)　位置ベクトルを時間微分すると速度を，また速度を時間微分することによって加速度を得る。よって点A，点Cの速度および加速度をそれぞれ $\vec{v_{\mathrm{A}}}$，$\vec{v_{\mathrm{C}}}$，$\vec{a_{\mathrm{A}}}$，$\vec{a_{\mathrm{C}}}$ とすると，前問の関係より，

$$\vec{v_A} = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{3}{2}\vec{v_B} - \frac{1}{2}\vec{v_D}}, \qquad \vec{v_C} = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{1}{2}\vec{v_B} + \frac{1}{2}\vec{v_D}}$$

$$\vec{a_A} = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{3}{2}\vec{a_B} - \frac{1}{2}\vec{a_D}}, \qquad \vec{a_C} = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim\sim}{\frac{1}{2}\vec{a_B} + \frac{1}{2}\vec{a_D}}$$

(6)　電車は半円Ｅから半円Ｆに向かって進む。点Ｂと点Ｄはレール上を運動するのでこれらの点における加速度は円運動に伴う向心加速度であり，当然これらの半円の接線に垂直，つまり半径方向である。一方，このとき電車はレール上の２点にまたがっているので，電車の中心線の方向はこれらの半円の接線方向とは一致しない。しかし題意によれば,「点Ｂ，点Ｄと，レールが作る半円の中心のうち点Ｂ，点Ｄに近い方を結ぶ線は電車の中心線に垂直であるとしてよい」ということであるから，点Ｂ，点Ｄの加速度 $\vec{a_B}$，$\vec{a_D}$ はいずれも電車の中心線に垂直であるとみなしてよい。また，点Ａ，点Ｃの加速度は $\vec{a_A}$，$\vec{a_C}$ は下記に示されるように，いずれも $\vec{a_B}$，$\vec{a_D}$ の和，もしくは差で表されるので，したがって $\vec{a_A}$，$\vec{a_C}$ も電車の中心線に垂直であるとしてよいことになる。

以下，半円Ｅの中心に向かう向き，つまり進行方向左向きの加速度を正とする。

★ -1〔秒〕$\leqq t < 0$〔秒〕:　点Ｂも点Ｄも半円Ｅ上を運動中ゆえ，

$$a_B = a_D = a = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{1.0\ \text{〔m/s}^2\text{〕}}$$

$$\therefore a_A = \frac{3}{2}a_B - \frac{1}{2}a_D = \frac{3}{2}a - \frac{1}{2}a = a = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{1.0\ \text{〔m/s}^2\text{〕}}$$

$$a_c = \frac{1}{2}a_B + \frac{1}{2}a_D = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = a = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{1.0\ \text{〔m/s}^2\text{〕}}$$

★ 0〔秒〕$\leqq t < 1$〔秒〕:　点Ｂは半円Ｆ上を，点Ｄは半円Ｅ上を運動中である。

$$a_B = -a = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{-1.0\ \text{〔m/s}^2\text{〕}}, \qquad a_D = a$$

$$\therefore a_A = \frac{3}{2}a_B - \frac{1}{2}a_D = -\frac{3}{2}a - \frac{1}{2}a = -2a = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{-2.0\ \text{〔m/s}^2\text{〕}}$$

$$a_c = \frac{1}{2}a_B + \frac{1}{2}a_D = -\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a = \underset{\sim\sim\sim\sim}{0\ \text{〔m/s}^2\text{〕}}$$

★ 1〔秒〕$\leqq t \leqq 2$〔秒〕:　点Ｂも点Ｄもともの半円Ｆ上を運動中であり，

$$a_B = a_D = -a = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{-1.0\ \text{〔m/s}^2\text{〕}}$$

$$\therefore a_A = \frac{3}{2}a_B - \frac{1}{2}a_D = -\frac{3}{2}a + \frac{1}{2}a = -a = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{-1.0\ \text{〔m/s}^2\text{〕}}$$

$$a_c = \frac{1}{2}a_B + \frac{1}{2}a_D = -\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}a = -a = \underset{\sim\sim\sim\sim\sim}{-1.0\ \text{〔m/s}^2\text{〕}}$$

よってグラフは次図のようになる。

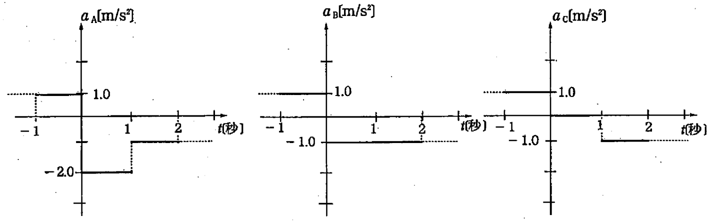


図 1

(7)　単振り子の振動中心は重力，糸の張力，遠心力の３力がつり合う位置である。時刻とともに向心加速度が変化すれば振動中心が変化し，また振幅も変化する。しかし周期は題意より 2.0 秒 で，一定としてよい。進行方向右向きの変位を正とし，$t = -1.0$〔秒〕以前の変位の大きさを $x_0(\fallingdotseq l\theta)$ とする。

★ -1.0〔秒〕$\leqq t < 0$〔秒〕:　点A，点B，点Cいずれの振り子も $x = x_0$ の位置に静止している。

★ 0〔秒〕$\leqq t < 1.0$〔秒〕:

◎ 点A : 加速度 $a_{\rm A}$ が a から $-2a$ に変化するので，$x = -2x_0$ を中心として，振幅 $A = 3x_0$ の単振動を半周期分行う。

◎ 点B : 加速度 $a_{\rm B}$ が a から $-a$ に変化するので，$x = -x_0$ を中心として，振幅 $A = 2x_0$ の単振動を半周期分行う。

◎ 点C : 加速度 $a_{\rm C}$ が a から 0 に変化するので，$x = 0$ を中心として，振幅 $A = x_0$ の単振動を半周期分行う。

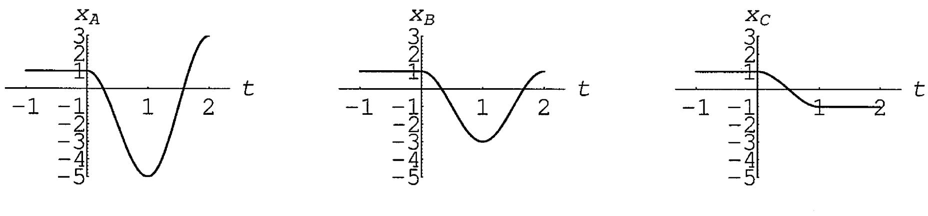
★ 1.0〔秒〕$\leqq t < 2.0$〔秒〕:

◎ 点A : 加速度 $a_{\rm A}$ が $-2a$ から $-a$ に変化するので，$x = -x_0$ を中心として，振幅 $A = 4x_0$ の単振動を行う。以後この運動を続ける。

◎ 点B : 加速度 $a_{\rm B}$ が $-a$ のまま変化しないので，$x = -x_0$ を中心とした振幅 $A = 2x_0$ の単振動をその後も続ける。

◎ 点C : 加速度 $a_{\rm C}$ が a から $-a$ に変化するので，$x = -x_0$ を中心とした単振動となるべきところだが，$t = 1.0$〔秒〕のとき振り子はちょうど $x = -x_0$ の位置に達しているので，その後振り子はこの位置で静止してしまう。

以上より，グラフは次図。



物理的意味：　＜ポイント＞電車は自転している！？