

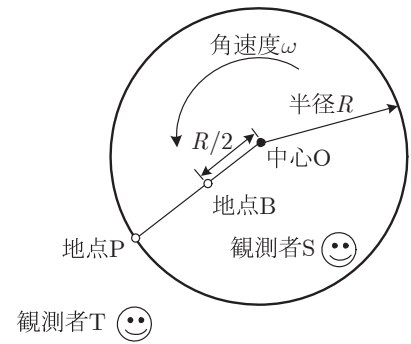
2010年 横浜市立大入試問題

図に示すように、一定の角速度で左回りに回転することができる円盤（半径 R ）が、静止した地上に水平に置かれている。その中心 O から距離 $\frac{R}{2}$ の円盤上の位置を、地点 B とする。このとき、以下の設問に答えよ。

(1) (省略)

(2) 図 2 に示すように、角速度 ω で回転する円盤上の運動を、観測者 S は円盤の上で、観測者 T は円盤の外（静止した地上）で観測している。

地点 B において、小球が、円盤上で半径方向の外側に向かって $v_S = \frac{R\omega}{2}$ の速度で発射された。ただし、この初速度 v_S は、円盤上の観測者 S から見た速度である。中心 O と地点 B を結ぶ線上にある円盤端を地点 P ，小球が到達する円盤端を地点 Q とする。また、小球が発射された瞬間における円盤上の地点 P に対応する地上の位置を P_0 とする。ここで、小球の大きさは円盤の半径に比べて十分に小さく、また円盤面と小球の間の摩擦は無視できるとする。



(a) 観測者 T から見た小球の初速度の大きさ v_T を求めよ。

(b) 小球が発射されてから円盤端 Q に達するまでに要する時間 t を求めよ。

(c) 上記 (b) で得た時間 t の間に、観測者 T から見た地点 P の移動距離 D_1 を求めよ。

(d) 地点 P_0 と地点 Q の間の円盤端に沿う距離 D_2 を求めよ。ここで、必要ならば、 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}-1}{4}$ を満たす角度 α [rad] を用いよ。

(e) 上記の (c) および (d) で得た結果を用いることにより、小球が到達する円盤端 Q が円盤上の地点 P に対してどのような位置になるか答えよ。

ここで、必要ならば、 $\sqrt{7} \approx 2.65$ ，および上記 (d) で与えた角度 α が約 0.424 [rad] であることを用いよ。

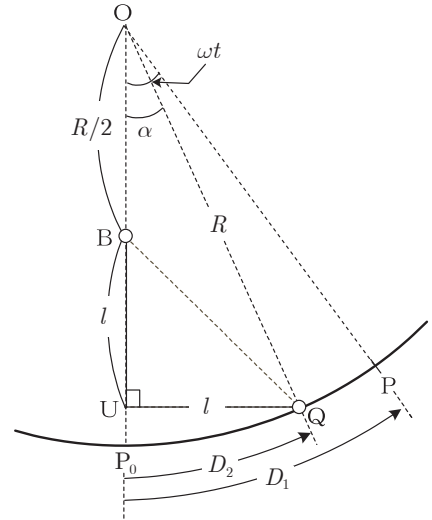
- (a) 円盤は角速度 ω で回転しているので、小球は円盤半径方向外向きの速度成分 $v_S = \frac{R\omega}{2}$ のほかに、半径に直角な方向に 半径 \times 角速度 $= \frac{R}{2} \times \omega (= v_S)$ の速度成分を持つ。よって観測者 T (地上の静止系) から見ると、その速さ v_T は、

$$v_T = \sqrt{v_S^2 + v_S^2} = \sqrt{2} \frac{R\omega}{2} = \frac{R\omega}{\sqrt{2}}$$

- (b) 静止系で見た場合、小球は半径方向外向きにも半径に直角な方向にもともに同じ速度成分 v_S で運動するので、円盤端 Q に達するまでの間にそれぞれの方向に同じ距離を進む。この距離を右図のように l とすると、 $l = v_S t = \frac{R\omega}{2} t$ である。よって図の O U Q において、

$$R^2 = l^2 + \left(\frac{R}{2} + l\right)^2 = \left(\frac{R\omega t}{2}\right)^2 + \left(\frac{R}{2} + \frac{R\omega t}{2}\right)^2$$

$$\therefore t = \frac{\sqrt{7}-1}{2\omega}$$



- (c) この間の円盤の回転角は $\omega \times t = \frac{\sqrt{7}-1}{2}$ ゆえ、

$$D_1 = R \times \omega t = \frac{\sqrt{7}-1}{2} R$$

- (d) $l = v_S t = \frac{R\omega}{2} t = \frac{\sqrt{7}-1}{4} R$ であるから、上図の角 α は、

$$\sin \alpha = \frac{l}{R} = \frac{\sqrt{7}-1}{4}$$

を満たす。この角 α を用いて、

$$D_2 = R\alpha$$

- (e) 与えられた数値を代入して、

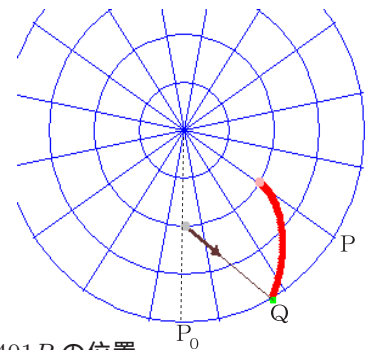
$$D_1 = \frac{\sqrt{7}-1}{2} R = 0.825R$$

$$D_2 = R\alpha = 0.424R$$

$$\therefore \widehat{PQ} = D_1 - D_2 = 0.401R$$

\therefore Q は P に対して円盤の縁に沿って回転方向と逆向きに $0.401R$ の位置

本プログラムでシミュレーションすると、小球の円盤上での軌跡は、上図の赤線ようになる。



シミュレーションに戻る