

ケーブルの電磁気学

「オーディオの科学」ではスピーカーケーブルについて比較的詳しく解説したが、ここではその基礎となるケーブルの伝送特性について交流回路理論に基づき解析する。

1. 構造と諸パラメータ

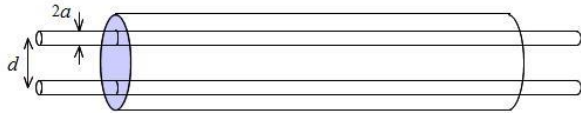


図1 並行2芯ケーブル

図1は始めに取り上げる、スピーカーケーブルを想定した並行2芯ケーブルの構造を表す。芯線は半径 a の銅単線とし、中心間間隔を d とする。2本の線は比誘電率 ϵ' の絶縁シースで被われている。以下の計算では、特にことわらない限り $a=0.5\text{mm}$ 、 $d=4\text{mm}$ 、 $\epsilon'=3$ とする。このケーブルの諸パラメータは以下ようになる。

(i) 直流抵抗 R_{dc} : 銅の抵抗率を $\rho=1.72\times 10^{-8}\ \Omega\text{m}$ とすると、単線単位長さ当りの直流抵抗値 R_{dc}/m は

$$R_{dc}/\text{m} = \rho/\pi a^2 = 21.9\ \text{m}\Omega/\text{m}$$

(ii) 線間静電容量 C : 電磁気学の公式より、単位長さ当りの線間静電容量 C/m は

$$C/\text{m} = \pi\epsilon'\epsilon_0/\ln(d/a) = 40.1\ \text{pF}/\text{m}$$

(iii) 自己インダクタンス L : 同様に、単位長さ当りの自己インダクタンス L/m は

$$L/\text{m} = (\mu_0/\pi)\ln(d/a) = 0.83\ \mu\text{H}$$

となる。以下の解析では、これらのパラメータを少し大きめにとり、

$$R_{dc}/\text{m} = 25\ \text{m}\Omega/\text{m},\ C/\text{m} = 45\ \text{pF}/\text{m},$$

$$L/\text{m} = 1\ \mu\text{H}/\text{m}$$

として計算する。以後これを標準ケーブルとよぶ。これは本文で取り上げた最も安価なケーブルAにほぼ等しい値である。また、ケーブルの長さは、後に測定値と比較するため、4 m、15 m、30 m について計算する。

2. 等価回路

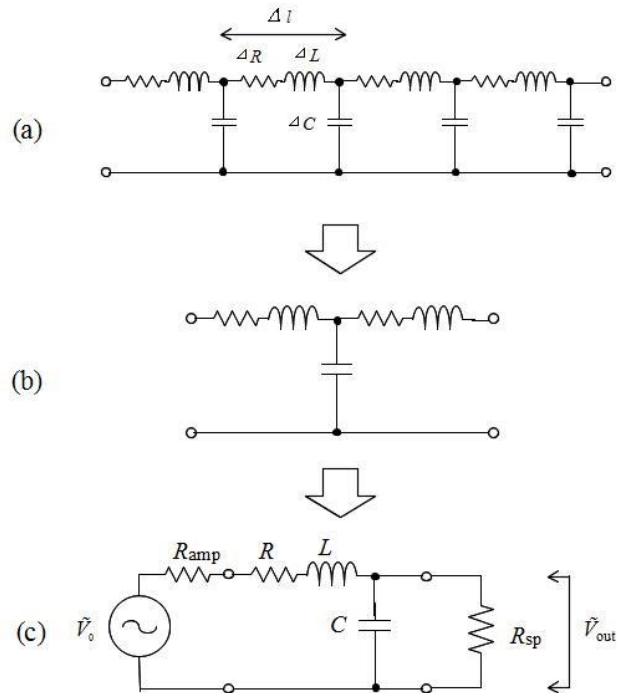


図2 ケーブルの等価回路 (a) 分布定数回路、(b) C をケーブルの中心に集中させた回路、(c) ここでもちいる等価回路。 R_{amp} : アンプの出力インピーダンス、 R : ケーブルの抵抗 (本文の式では $R_{amp}+R_{sp} = R_1$ として計算している)。 L : ケーブルの自己インダクタンス、 R_{sp} : スピーカーのインピーダンス (ボイスコイルの直流抵抗)

このようなケーブルに交流電流を流すと、一般に高域が減衰する。具体的に減衰率を計算するには L, C, R が構成する等価回路を考えねばならない。このとき、ケーブルがもつ L, C, R はケーブル長全体に分布するので、一般的には微小長さ Δl の部分が持つ $\Delta L, \Delta C, \Delta R$ をつないだものとして考える必要がある (図2 a)。実際、LAN ケーブルなど高周波伝送用の同軸ケーブルなどの特性の解析にはこのようなモデル (分布定数回路) が使われる。(詳しくはここ参照)

<http://www.ne.jp/asahi/shiga/home/MyRoom/coaxialcable.htm>

しかし、オーディオ用のケーブルなど、ケーブ

ル長が信号の波長よりずっと短い場合はこのようなモデルを使う必要がなく、かつ、いわゆるインピーダンス整合が全くとれていない場合は、計算も難しいので、各要素を1点または2点に集中したいいわゆる集中定数回路として等価回路を考えればよい。ここでは、最も簡単化した図 2(c) について計算する。この場合、 C を負荷 (スピーカー)

の直前におくが、こうすると C による高音域の減衰を最大限に見積もることになるので実際のケーブルでの高音減衰率はここで得られる値より小さい。また、以下の計算では特にことわらない限り、 $R_{sp}=8\Omega$ 、 $R_{amp}=R_{sp}/DF=0.8\Omega$ (DF:アンプのダンピングファクター) とする。

3. 等価回路(c) の伝送特性

この回路のインピーダンスは

$$Z = R_{amp} + R + i\omega L + \frac{R_{sp}}{1 + i\omega CR_{sp}} \quad (1)$$

(ω : 角振動数= $2\pi f$ 、 f : 周波数)

で与えられるので、回路に流れる電流は $R_1 = R_{amp} + R$ として、

$$\begin{aligned} \tilde{I} &= \frac{\tilde{V}_0}{Z} = \{\text{Re}(\tilde{I}) + i \text{Im}(\tilde{I})\} \\ \text{Re}(\tilde{I}) &= \frac{R_1 + R_{sp} + \omega^2 C^2 R_1 R_{sp}^2}{(R_1 + R_{sp} - \omega^2 CLR_{sp})^2 + \omega^2 (CR_1 R_{sp} + L)^2} \tilde{V}_0 \\ \text{Im}(\tilde{I}) &= \omega \frac{CR_{sp}^2 (1 - \omega^2 CL) - (CR_1 R_{sp} + L)}{(R_1 + R_{sp} - \omega^2 CLR_{sp})^2 + \omega^2 (CR_1 R_{sp} + L)^2} \tilde{V}_0 \end{aligned} \quad (2)$$

となり、出力電圧は

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{out} &= \tilde{V}_0 - (R_1 + i\omega L) \{\text{Re}(\tilde{I}) + i \text{Im}(\tilde{I})\} \\ &= \text{Re}(\tilde{V}_{out}) + i \text{Im}(\tilde{V}_{out}) \\ \text{Re}(\tilde{V}_{out}) &= \tilde{V}_0 - R_1 \text{Re}(\tilde{I}) + \omega L \text{Im}(\tilde{I}) \\ \text{Im}(\tilde{V}_{out}) &= R_1 \text{Im}(\tilde{I}) + \omega L \text{Re}(\tilde{I}) \end{aligned} \quad (3)$$

で与えられる。従って、出力電圧の絶対値は

$$|\tilde{V}_{out}| = \sqrt{\{\text{Re}(\tilde{V}_{out})\}^2 + \{\text{Im}(\tilde{V}_{out})\}^2} \quad (4)$$

となり、信号透過率は

$$e = \frac{|V_{out}|}{\tilde{V}_0} = \frac{\sqrt{\{\text{Re}(\tilde{V}_{out})\}^2 + \{\text{Im}(\tilde{V}_{out})\}^2}}{\tilde{V}_0} \quad (5)$$

と求まる (実際には $\tilde{V}_0 = 1$ として計算すればよい)。また dB 単位で表した減衰率は $\text{dB}(e) = 20\log_{10} e$ で与えられる。さらに、直流抵抗による減衰を除いた交流透過率は $\Delta e = e(f) - e(0)$ で表す ($e(0)$ とし

ては十分小さい周波数、例えば 100 Hz の減衰率を使えばよい)。dB 単位の交流減衰率は $\text{dB}(\Delta e) = 20 \log_{10} \{e(f)/e(0)\}$ となる。さらに、出力電圧の位相変化は

$$\phi = \tan^{-1} \left(-\frac{\text{Im}(V_{\text{out}})}{\text{Re}(V_{\text{out}})} \right) \quad (6)$$

で与えられる。

3. 表皮効果

前節で述べた L,C,R 成分による減衰の他、高周波では、本文の

<http://www.ne.jp/asahi/shiga/home/MyRoom/Audio.htm#Skineffect>

で説明した、いわゆる表皮効果により導線の抵抗値が増加し、これが高音減衰の一因となることが知られている。おおざっぱには、電磁気学のテキストに書いてある表皮厚さ

$$d = \sqrt{2\rho/\omega\mu_0} \quad (6)$$

を求め、この厚さの表皮部分のみを電流が流れるとし見積もることが出来るが、ここではより正確に、図 3 に示した断面が円形の導線について理論計算によって求められた直流抵抗値 R_{DC} に対する周波数 f の交流に対する抵抗値 R_{AC} の比 (表皮係数) から見積もる。

具体的に $R_{\text{DC}} = 25000 \mu\Omega/\text{m}$ の標準ケーブルについて適用すると、20kHz では、 $\sqrt{f/R_{\text{DC}}} = 0.894$ となり $R_{\text{AC}}/R_{\text{DC}} = 1.043$ と約 4% 抵抗値が増加する。これを 4m (往復 8m) のスピーカーケーブルとして使った場合、透過率 (表皮効果を考慮したときと無視したときの出力電圧の比) は

$$e = \frac{R_{\text{amp}} + R_{\text{sp}} + l \times R_{\text{DC}}}{R_{\text{amp}} + R_{\text{sp}} + l \times R_{\text{AC}}} = 0.999 \quad (7)$$

となり dB 表示の減衰率は -0.01 dB となり、100kHz でも -0.1 dB くらいでとても聴いて差がわかるような値でない。また、 $R_{\text{AC}}/R_{\text{DC}}$ の値はケーブルの長さに依らないが、閉回路全体の抵抗値に対するケーブルの抵抗が占める割合が大きく

なるので、当然長いケーブルほど表皮効果の影響は大きくなる。例えば、30m の場合、20kHz の減衰率は -0.06 dB 、100kHz では -0.6 dB くらいになる。ただし、この長さによる増加は後に述べる自己インダクタンスによる高音の減衰に比べてずっと少ない。

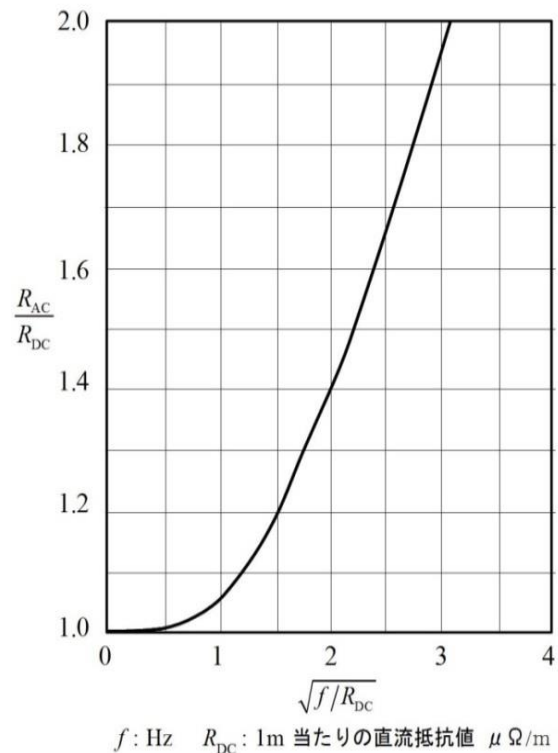


図 3 断面が円の導線に対する表皮係数 $R_{\text{AC}}/R_{\text{DC}}$ 。導線の材質や、線の太さは R_{DC} に含まれる。(電気工学ハンドブック 第 6 版 p.1824)

4. 標準ケーブルの減衰率

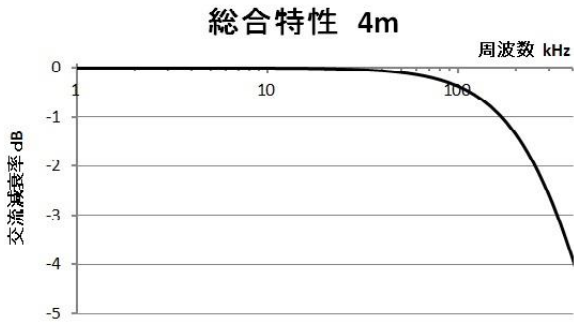


図4 (1)~(4)式で求めた4mの標準ケーブルの交流減衰率。ここで、 R_{sp} は 8Ω 、アンプのDFは100、従って $R_{amp}=0.8\Omega$ 、ケーブルの長さは4m従って、 $R=2\times 4\times R_{DC}/m=0.2\Omega$ 、 $C=180pF$ 、 $L=4\mu H$ として計算している

図4に(1)~(5)式に基づき計算した4mの標準ケーブルの交流減衰率を示す。このとき、表皮効果はケーブルの抵抗値 R のみに影響を及ぼすとして計算している。後に数値でも示すが20kHzではほとんど減衰しない。以下、各要素の寄与を調べる。

(i) 線間容量

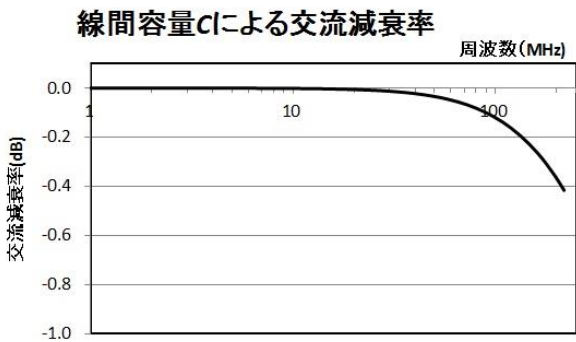


図5 線間容量 C と R_1 および R_{sp} による4mの標準ケーブルの交流減衰率。横軸(周波数)の単位がMHzであることに注意。

等価回路図2(c)で L を取り去った回路では、 R_1-C によるローパスフィルターの効果と、 C と R_{sp} がつくる並列回路のインピーダンスの変化が高音減衰特性を左右する。具体的に、4mの標準ケーブルについて $L=0$ として交流減衰率を計算した結果を図5(周波数軸の単位がMHzであることに注意)に示すが、100MHzという高周波に

なっても0.1dB程度の減衰しか生じないので可聴周波数帯での減衰には寄与しないと言ってよい。なを、100MHzは C のインピーダンスが R_s にほぼ等しくなる周波数であり減衰の臨界周波数は C と R_{sp} によって決まるといってよい。

(ii) 自己インダクタンス

図6に等価回路2(c)から C を取り去った回路で、従って、(2)式において $C=0$ としたときの4mの標準ケーブルの交流減衰率を示す。この図からわかるように、自己インダクタンスによる高音の減衰はケーブル長が4m程度だと100kHzで-0.1dB程度減衰する程度で、可聴周波数の上限20kHzでは-0.02dB程度の減衰しか生じない。ただし、ケーブル長が長くなるとそれなりの減衰をまねく。

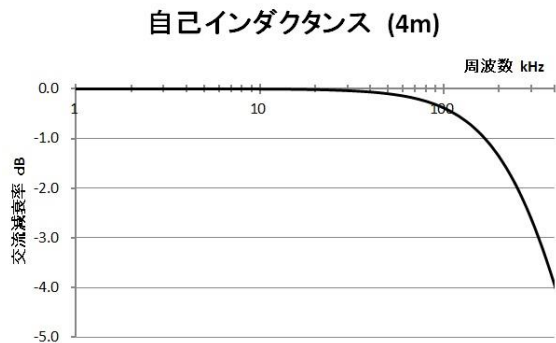


図6 自己インダクタンス L と抵抗 R_1, R_{sp} による4mの標準ケーブルの交流減衰率。

5. 長いケーブルの場合

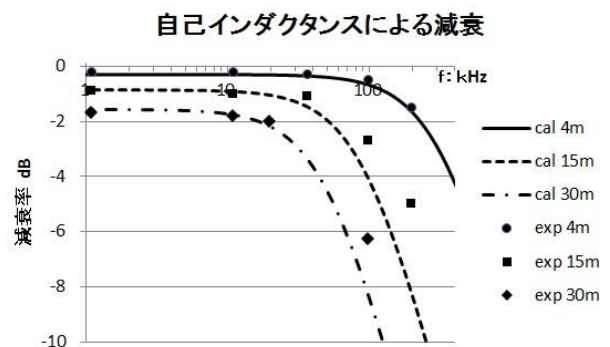


図7 異なった長さの標準ケーブルの直流抵抗による減衰を含めた自己インダクタンスによる減衰率。実線:4m、点線:15m、1点鎖線:30mに対する計算値。マークはそれぞれの長さのケーブルについての実測値。

図 7 に 4m、15m、30m の長さの標準ケーブルの直流抵抗による減衰を含めた自己インダクタンスによる減衰率を示す。図にはネット上で見つけた実測値

(<http://www.ne.jp/asahi/shiga/home/MyRoom/cableexp.htm> 参照)

もプロットしてあるが高音での減衰は自己インダクタンスによる減衰として説明出来る。遮断周波数 (折れ曲がり周波数) は L によるインピーダンス (リアクタンス) が R_s に等しくなる周波数 (4m : 320kHz、15m : 85kHz、30m : 40kHz) 辺りとなっていることがわかる。実測したケーブルの規格は明らかでないが、直流抵抗による減衰率が計算にもちいた標準ケーブルの値とほぼ一致しているのでケーブルの断面積 (線の太さ) はほぼ同じくらいと思われる。ただし、高音での減衰率が計算値の方が少し大きい、これは 2 線の間隔が計算にもちいた 4mm より少し狭いとして説明出来る。

なお、参考のため同じスケールでプロットした表皮効果による減衰率を図 8 に示すが、高周波数側での減衰は自己インダクタンスの寄与が支配的であることがわかる。

表皮効果による減衰

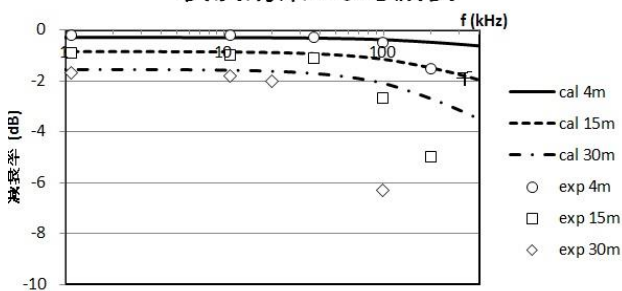


図 8 異なった長さの標準ケーブルの直流抵抗による減衰を含めた表皮効果による減衰率。実線 : 4m、点線 : 15m、1 点鎖線 : 30m に対する計算値。マークはそれぞれの長さのケーブルについての実測値。

6. 数値による表示

グラフでは細かい差異がわかりにくいので 4m と 30m のケーブルについて 10, 20, 50, 100,

200kHz での各要因による交流減衰率の寄与を表 1、表 2 に示しておく。ここで総合は表皮効果も考慮した図 2 (c) の等価回路の交流減衰率を示す。その下 ϕ はこのときの位相のずれを示す (単位は度)。なお、数値が図 7、図 8 のグラフと異なるのは直流抵抗による減衰分を取り除いているからである。

	10kHz	20kHz	50kHz	100kHz	200kHz
総合	0.006	0.025	0.14	0.46	1.7
表皮	0.002	0.019	0.045	0.08	0.2
$L-R$	0.004	0.016	0.099	0.38	1.36
$C-R$	—	—	—	—	$\sim 10^{-7}$
ϕ	0.7	3.5	8.6	17	31
ωL	0.25	0.50	1.26	2.51	5.03

表 1 4m の標準ケーブルの交流減衰率。表皮、 $L-R$ 、 $C-R$ はそれぞれの寄与 (単位は -dB)。 ϕ は位相変化 (度)。 ωL はリアクタンス (Ω)

	10kHz	20kHz	50kHz	100kHz	200kHz
総合	0.21	0.67	3.1	7.0	12.2
表皮	0.02	0.05	0.22	0.5	1.1
$L-R$	0.16	0.62	2.2	6.9	12.2
$C-R$	—	—	—	—	$\sim 10^{-4}$
ϕ	11	21	44	62	74
ωL	1.9	3.8	9.4	19	38

表 2 30m の標準ケーブルについて同上の表。等価回路の性質から、各成分の寄与の和が総合特性に一致するとは限らない。

これらの表からわかるように、可聴帯域の上限である 20kHz では 4m の場合は 0.1dB 以下の減衰で問題にならない。30m の場合も 1dB 以下の減衰なので聴いてわかるような差は生じないと思われる。また、4m の場合、表皮効果と自己インダクタンスの寄与の差はあまり大きくないが、30m では L の寄与が支配的になることがわかる。さらに、100m くらい引き回す場合は 20kHz では -2dB 程度の減衰となるので、自己インダクタンスの小さな 4 芯線、いわゆるスターカッドケーブルを使用することが推奨される。参考のためスター

カッドケーブルの測定値を挙げておく。
http://www.ne.jp/asahi/shiga/home/MyRoom/canare_starq.pdf

7. ピンケーブル

以上はスピーカーケーブルを想定したケーブルの伝送特性であったが、CD プレイヤーやプリアンプとメインアンプなどを接続するために使われるいわゆるピンケーブルの伝送特性を同じ等価回路 (図 2(c)) で解析する。このとき、スピーカーケーブルと異なるのはケーブル自身の特性の違いでなく、アンプの出力インピーダンス (R_{amp}) と負荷のインピーダンス (R_{sp}) が大きく異なることである。

7.1 ピンケーブルの構造と規格

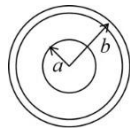


図 9 ピンケーブルの等価構造

一般的なピンケーブルの規格をネット上で探したが適当なものが見つからなかったので、手元にある両端に RCA ピンコネクタが付いたケーブルを切断して構造を調べた。その結果、中心の芯線は直径約 0.1mm の銅線が 8 本使われており、これが直径約 1.4mm の被覆の中心に束ねてあり、その周りにアース側線として、同じく約径 0.1mm の銅線が 30 本ほど中心の被覆を被うように配置してあり、その外側をいつも目にする直径約 2.5mm の黒い被服が被っている。ただし、外側の線はシールド線のように網状でなく平行線である。このままの構造でケーブルのパラメータを見積もるのは難しいので、図 9 に示すような、中心線は同じ断面積をもつ半径 $a=0.14\text{mm}$ の単線に置き換え、アース線は同じ断面積をもつ半径 $b=0.7\text{mm}$ の円筒導体に置き換え計算した。

こうして求めた、1m 当たりの直流抵抗は中心線とアース線の合計として $R_{dc}/m = 350 \text{ m}\Omega/\text{m}$ 、自己インダクタンスおよび静電容量はは公式

$$L = (\mu_0/2\pi) \ln(b/a) \text{ H/m} \quad (7)$$

$$C = 2\pi\epsilon/\ln(b/a) \text{ F/m}$$

より、 $L/m=0.3 \mu\text{H/m}$ 、 $C/m=70\text{pF/m}$ を得た。これらの値を以下の解析に使用する。

7.2 ピンケーブルの伝送特性

等価回路はスピーカーケーブルで使用したものと同一図 2(c) の集中定数回路とする。 R_{amp} としては CD プレオヤーやプリアンプの出力抵抗として少し大きめの 1000Ω とし、 R_{sp} をメインアンプやプリアンプ入力抵抗 $20\text{k}\Omega$ とし、ケーブル長は 2m、10m、30m として計算した。

ピンケーブルの信号減衰曲線

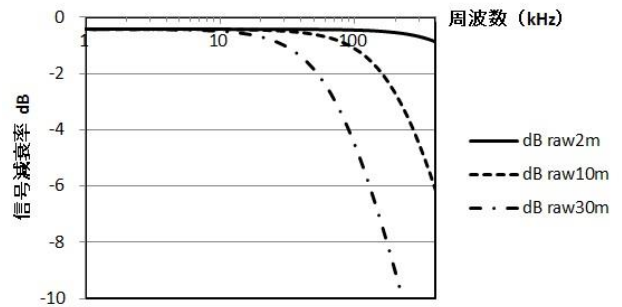


図 10 2m のピンケーブルの交流減衰率。プリアンプの出力インピーダンスを 1000Ω 、メインアンプ (受け側) の入力インピーダンスを $20\text{k}\Omega$ とする。

図 10 に直流抵抗による減衰も含めた減衰率を示すが、2m の場合 100kHz でも交流部分の減衰は 0.04dB 程度で問題にならない。30m 引き回しても 20kHz では 0.3dB 程度の減衰で聴いて差がわかるとは考えられない。なお、ピンケーブルの場合の減衰の原因はスピーカーケーブルの場合と異なり線間静電容量とアンプの入出力抵抗によるものである。このことは、計算上、 L 成分を 0 にしても特性はほとんど変化にないことからわかるが、物理的には、例えば 30m の場合 100kHz でもケーブルの自己インダクタンスによるインピーダンス (リアクタンス) は約 6Ω にすぎず、アンプの入出力抵抗に比べると無視出来る大きさにしかならないからである。

7.3 ギターケーブルの場合

ピンケーブルの特殊な例として楽器（電気ギターなど）ケーブルの場合を考える。この場合、ケーブルそのものは上のピンケーブルを使うとして、大きく違うのは R_{amp} の大きさである。実際にはアンプの抵抗でなく、楽器側にある音量調整用のボリューム（摺動抵抗）の抵抗値が $200\sim 500\text{ k}\Omega$ ときわめて大きいくこれが R_{amp} として働き、 $R\cdot C$ による減衰が大きくなるからである。

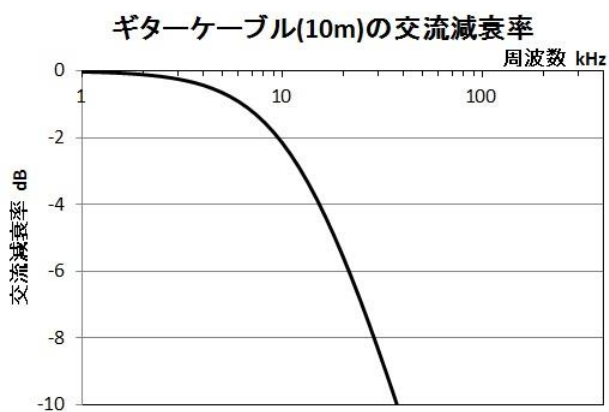


図 11 ギターケーブルの交流減衰率。 $R_{amp} = 250\text{ k}\Omega$ とした。

図 11 に $R_{amp} = 250\text{ k}\Omega$ として 10m のピンケーブルを使った場合の交流減衰率を示す。この場合、20kHz では -6 dB ($1/2$)、10kHz でも -2 dB 程度減衰するので、音質にケーブルの影響が出るかもしれない。