

ノイマン-モルゲンシュテルン効用関数を活用したリスク認知の数理モデル の提案

A proposal of alternative mathematical modeling of risk recognition with application of N-M utility function

○安井省侍郎*
Shojiro YASUI

Abstract. The concept of "tolerable risk" is widely used for standard setting related to human health. However, regarding to health risks caused by hazardous agent such as radiation, many physiological studies revealed that there is a notable gap between objective risk (i.e. incident rate of cancer) and recognized risk; and factors such as "dread risk" or "unknown risk" tend to enlarge the gap. This paper aims to propose alternative mathematical modeling of risk recognition which enable to explain the gap, with application of the utility function of von Neumann and Morgenstern, well-known in welfare economics. The paper also examines its applicability for social consensus building on standard setting.

Key Words: key risk recognition, utility function, mathematical modeling

1 はじめに

東電福島第一原発事故以降、低レベルの放射線被ばくの健康影響については様々な論争がある。その中の代表的な論調として、[ゼロリスク神話] 批判、すなわち、放射線被ばくの健康リスクはどんなに小さくても受け入れがたい、という主張をする者に対する批判がある。その論旨は、受動喫煙や車の運転、運動不足など、発ガンのリスクを高める要因は多数あるにもかかわらず、放射線によるリスクのみ [ゼロリスク] を求めるのは過剰であり、バランスを欠く議論である、というものである。

この批判の論旨には隠れた前提がある。その前提とは、「リスクによって損なわれる [効用] とそれに基づく [選好] は、数値的な確率のみにより決定さ

れなければならない。」というものである。

疫学研究に基づく数値的なリスクのみに基づいて損なわれる [効用] を認識している専門家にとっては、放射線被ばくによるリスクによって損なわれる [効用] は数値的な確率により、リスクの原因、例えば、自転車の運転、殺虫剤などの種類によらず、数値によってのみ単純に比較可能なものである。

しかし、数値的な確率それ以外の様々な要因や情報を加えて、リスクによって損なわれる [効用] を認識している一般住民にとっては、数値確率が同じでも、単純に損なわれる [効用] が同じとは認識しない。

お互いに前提としている [リスクによって損なわれる効用] が共有されていないため、いくら対話を

* 厚生労働省安全衛生部労働衛生課 (Ministry of Health, Labour and Welfare)

重ねても、そこに共通認識は醸成されない。筆者は、これが東電福島原発事故以降、低線量被ばくの健康影響を巡る論争の収束に当たっての最も大きな障害の一つと考えている。

本稿は、ミクロ経済学における厚生経済学における「効用」に関する過去の研究の蓄積を応用し、両者が共有できる効用の考え方を提案することで、「ゼロリスク論争」の収束に貢献することを目的としている。

具体的には、ミクロ経済学で「効用」を表すために最もよく使用されるノイマン－モルゲンシュテルン効用関数（以下「NM 効用関数」という。）を応用することにより、多様な「リスク」によって失われる「効用」を、「効用関数」によって数値化する方法を探る。それによって、論争の参加者双方が納得できる、認知リスクのモデルを提示することを試みる。

本稿の構成は、まず、NM 効用関数を定義を提示した上で、リスク認知への適用可能性を検討する。さらに、NM 効用関数を用いた認知リスクの相違に関する簡単な分析例を示し、最後に今後の研究の展開についてまとめる。

2 リスクの認知の多様性

健康影響に関する「リスク」は、死亡率やガンの発生率といった確率という数値として測定可能であることから、異なるリスクとの直接比較や、足したり、引いたりといった数値演算が可能であるほか、貨幣と同様に他人のリスクと自らのリスクの比較が可能な概念として用いられ、規制も原則として確率としてのリスクの大きさに基づいて行われてきた (Marszal 2001)。

しかし、多くの心理学的な研究により、(1)訓練を受けた専門家のリスク認知は、ガンの発生確率などの数値的な確率と一致する反面、(2)一般人のリスクの「大きさの認知」や、リスクに対する「規制の強さの要求」は、単なるガンの発生率といった数値的な確率だけではなく、そのリスクが顕在化したときの「恐ろしさ(dread risk)」や、リスクの影響の「未知さ(unknown risk)」、あるいは、発言者に対する「信用(trust)」に大きく影響されることが報告されている (Slovic 1987, Slovic 1993)。(表 1 参照)

表 1 (Slovic 1987 より)

Table 1. Ordering of perceived risk for 30 activities and technologies (22). The ordering is based on the geometric mean risk ratings within each group. Rank 1 represents the most risky activity or technology.

Activity or technology	League of Women Voters	College students	Active club members	Experts
Nuclear power	1	1	8	20
Motor vehicles	2	5	3	1
Handguns	3	2	1	4
Smoking	4	3	4	2
Motorcycles	5	6	2	6
Alcoholic beverages	6	7	5	3
General (private) aviation	7	15	11	12
Police work	8	8	7	17
Pesticides	9	4	15	8
Surgery	10	11	9	5
Fire fighting	11	10	6	18
Large construction	12	14	13	13
Hunting	13	18	10	23
Spray cans	14	13	23	26
Mountain climbing	15	22	12	29
Bicycles	16	24	14	15
Commercial aviation	17	16	18	16
Electric power (non-nuclear)	18	19	19	9
Swimming	19	30	17	10
Contraceptives	20	9	22	11
Skiing	21	25	16	30
X-rays	22	17	24	7
High school and college football	23	26	21	27
Railroads	24	23	29	19
Food preservatives	25	12	28	14
Food coloring	26	20	30	21
Power mowers	27	28	25	28
Prescription antibiotics	28	21	26	24
Home appliances	29	27	27	22
Vaccinations	30	29	29	25

3 厚生経済学の「効用」「効用関数」の適用

社会的意志決定の分析では、古くは「功利主義」の枠組みにおいて、個人間比較が可能な基数的効用を前提としていた。しかし、この考え方は、与えられる財の大きさと個人の効用は一致しないこと、さらに、ある個人の効用と他人の効用の順序を比較することは困難であるとする批判を受けた。厚生経済学では、個人の効用は、個人が明らかにした選好によって、その「順序」のみを定めるものとされている (Sen 1982)。

そして、ノイマン－モルゲンシュテルン（以下「NM」という。）は、その著書の中で、「効用」を「数値」として表現できることを目指し、効用関数を考案した。NM 効用関数は、二つの事象の効用が比較可能であること、さらに、その二つの事象がある一定の確率で発生する場合の効用の予測（結合演算）が可能であることを前提としている。さらに、この結合演算は、複数の確率を使って繰り返し行うことが可能とされている (Neumann & Morgenstern 1944)。

(1) NM による効用の定義

効用関数の定義にあたり、NM は、ユークリッドによる、数値的距離を導き出す古典的方法のアナロジーを採用した。この方法では、 u と v は、原点からの距離であり、 u と v の間の直線上に ω があることを前提にして、その距離 ω を u と v の間の相対的な位置関係 $0 < \alpha < 1$ で表すものである。

NM 効用関数では、例えば、 $u < \omega < v$ という選好順序を持つ事象を、 u が α という確率、 v が $1 - \alpha$ という確率で発生する結合された事象による効用と、 ω による効用が等しくなる特定の α を、人間は見つけることができるという仮定により、 $\omega = \alpha u + (1 - \alpha)v$ という結合演算を与えることができることを前提としている。

以下、数値的なモデルを説明する。なお、数理的な表現に慣れていない読者のため、 $(x.x)$ で数理的な表現を行い、 $(x.x^*)$ でその意味を自然言語で説明する。

(1.1) 定義： $u > v$ とは、効用 u は効用 v よりも「好ましい」ことを判断できることを意味する。

(1.2) 定義： $\omega = \alpha u + (1 - \alpha)v$, ($0 < \alpha < 1$)

(1.2*) 2つの効用 u , v ($u > v$) を2つの相補的確率 α , $1 - \alpha$ 付与した結合、つまり、効用 u を確率 α で、効用 v を確率 $1 - \alpha$ で選ぶという結合を ω という数値で表すことができる。

(2) NM による効用関数の定義

(2.1) 定義： $u \rightarrow \rho = f(u)$

(2.1*) この対応は、効用 u からある数の集合への写像を示す。 u は効用で、 $f(u)$ はこの対応によって効用に付与される数である。この対応における $f(u)$ を効用関数と呼ぶ。この効用関数は、以下の条件を満たす。

(2.1.1) $u > v$ ならば $f(u) > f(v)$

(2.1.1*) 効用 u が v より大きければ、効用関数 $f(u)$ も $f(v)$ よりも大きい。

(2.1.2) $f(\alpha u + (1 - \alpha)v) = \alpha f(u) + (1 - \alpha)f(v)$

(2.1.2*) 効用 u と v を α であらかじめ結合したものの効用関数と、効用 u と v の個別の効用関数を α で結合したものが等しい。

仮に、このような対応が2通り存在して、

(2.2.1) $u \rightarrow \rho = f(u)$

(2.2.2) $u \rightarrow \rho' = f'(u)$

となったとすれば、数の間の1つの変換

(2.3) $\rho \leftrightarrow \rho'$ が引き起こされる。これを

(2.4) $\rho' = \varphi(\rho)$ と記述する。

(2.4*) 効用関数 ρ' は効用関数 ρ の効用関数で表現できるという意味である。ここでは、 ρ' も ρ も数値（効用関数）であることに注意。

(2.2.1) と (2.2.2) は (2.1.1) と (2.1.2) を満たすから、(2.3) の変換、すなわち (2.4) の関数 $\varphi(\rho)$ は関係 $\rho > \sigma$ と関係 $\alpha\rho + (1 - \alpha)\sigma$ を保存する。つまり、

(2.5.1) $\rho > \sigma$ ならば $f(\rho) > f(\sigma)$

(2.5.2) $f(\alpha\rho + (1 - \alpha)\sigma) = \alpha f(\rho) + (1 - \alpha)f(\sigma)$

(2.5.2*) 効用と効用関数の関係を示していた (2.1.1) と (2.1.2) が、数値（効用関数）と数値の関係においても当てはまることを示している。

この関係を満たすことができる関数は、1次変換

(2.6) $\rho' = \varphi(\rho) = \gamma_0\rho + \gamma_1$

でなければならない。ただし、 γ_0, γ_1 は定数であり、 $\gamma_0 > 0$ である。

(2.6*) 関数同士が (2.5.2) を満たすためには、関数は1次変換に限定される。

(3) NM による効用の公理系の定義

(3.1) 効用 u と v は全順序関係である。すなわち、

(3.1.1) 任意の u, v に対し、

$u = v$, $u < v$, $u > v$ のうちのただ1つが成立する

(3.1.1*) 選好体系の完全性を表す。

(3.1.2) $u > v$ かつ $v > w$ であれば $u > w$

(3.1.2*) 推移性と呼ばれる性質。

(3.2.1) $u < v$ ならば $u < \alpha u + (1 - \alpha)v$

$u > v$ ならば $u > \alpha u + (1 - \alpha)v$

(3.2.1*) v が u より望ましいならば、 v に $1 - \alpha$ を付与 (u には α 付与) したのも、 u より望ましい。

(3.2.2) $u < \omega < v$ のとき $\alpha u + (1 - \alpha)v < \omega$ をみたく α が存在し、

$u > \omega > v$ のとき、 $\alpha u + (1 - \alpha)v > \omega$ をみたく α が存在する。

(3.3.3*) ω が u よりも好ましく、また、 v が u よりも好ましいときには、 v がどれほど望ましくても、これに十分小さい確率を付与することで、その影響を望むままに弱めることができる。（連続性）

(3.3.1) $\alpha u + (1 - \alpha)v = (1 - \alpha)v + \alpha u$

(3.3.1*) u と v の結合は、その成分 u と v の順番には依存しない。

(3.3.2) $\alpha(\beta u + (1 - \beta)v) + (1 - \alpha)v = \alpha\beta u + (1 - \alpha\beta)v$

(3.3.2*) 成分 u と v をまず確率 β , $1-\beta$ で結合し、次いで確率 α , $1-\alpha$ で欠等しても、1つの演算、つまり、確率 $\alpha\beta$, $1-\alpha\beta$ で結合したものと、結果として同じことになる。

NM は、これら(3.1)から(3.3)の公理に基づいて、(2.1.1)と(2.1.2)を満たす(2.2.1)の写像 $u \rightarrow \rho = f(u)$ である、(2.6)の一次関数を導きだした(詳細は省略)。

4 NM による効用関数への適用可能性

(1) 効用としてのリスクの数理モデル

(4.1*) 定義: 放射線の健康影響の「リスク」の効用は、「ガン(事象)の発生」に加え、リスクが顕在化したときの「恐ろしさ」と健康影響への「未知さ」の3要素によって定義されるものと仮定する。

(4.1) 定義: 効用 u , v は、以下により定義される。

$$u = \{u_1, u_2, u_3\}, v = \{v_1, v_2, v_3\}$$

ただし、 u_1 , u_2 , u_3 と v_1 , v_2 , v_3 はそれぞれ、「ガン(事象)の発生」「恐ろしさ」「未知さ」の効用の要素を表す。

(4.2) $u = (u_1, u_2, u_3) = (0, 0, 0)$

(4.2*) 単純化のため、効用を3次元ユークリッド空間における空間ベクトルとして考える。単純化のため、ベクトルの基点を u とする。すなわち、 u_1 , u_2 , u_3 はそれぞれ、「ガン(事象)の発生」「恐ろしさ」「未知さ」の原点(すなわちゼロ)とする。

(2) NM 効用への適用可能性の検討

ここまで準備した上で、効用としてのリスクの NM 効用関数への適用可能性を検討する。まず、効用 u と v の性質について検討する。(1.1)は当然に満たされる。(1.2)について、「ガン(事象)の発生」は当然満たす。「恐ろしさ」については、リスクが顕在化したときの恐ろしさを確率的に結合することは十分に可能と思われる。(例: おそろしい結果が発生する可能性が50%で、全くおそろしくない結果が発生する確率が50%の場合と、それぞれ60%と40%の場合のどちらが望ましいかを判断することは可能。)

「未知さ」についても、同様である。(例: 何が起きるか全く予見できないことが発生する確率が50%で、完全に既知なことが発生する確率が50%の場合と、それぞれ60%と40%の場合のどちらが望ましいかを判断することは可能。)

(3) NM 効用関数への適用可能性の検討

(2.1.1)については、効用関数による数値が、単純増加関数という単調変換を除いて定まる数であること

を意味している。「ガン(事象)が発生しない場合」の効用が「ガン(事象)が発生する場合」の効用よりも高い数値を示すことに疑いはない。「恐ろしさ」「未知さ」についても同様である。

(2.1.2)は、 u と v を α についての結合演算を行った後の効用に対して効用関数により得られた数値と、 u と v それぞれを独立して効用関数で数値化した後で、結合演算を行った場合に得られる数値が「等しい」ということを意味する。すなわち、「がんに罹患する確率が60%であり、罹患しない確率が40%である場合」の効用に対する効用関数の数値と、「がんに罹患する場合」の効用の効用関数による数値に60%を乗じたものに「がんに罹患しない場合」の効用の数値に40%を乗じたものを加えたものが等しい、ということである。同時に、これを満たす効用関数は、(2.6)のように一次関数となる。放射線影響によるガンの発生については、国際放射線防護委員会(ICRP)で「敷居値なし線形モデル(LNTモデル)」(ICRP 2008)が採用されており、(2.6)と(2.1.2)が成り立つと考えることは妥当である。

では、「恐ろしさ」「未知さ」について同様のことがいえるであろうか。Slovicの1987年の論文によれば、「恐ろしさ」「未知さ」それぞれについて、「社会に対する警告としてのシグナル」としての大きさと、一次比例的な関係があることが示唆されている。(図1参照)これに基づき、「恐ろしさ」「未知さ」についても、(2.1.2)が成り立つと推定することは一定の合理性があると思われる。

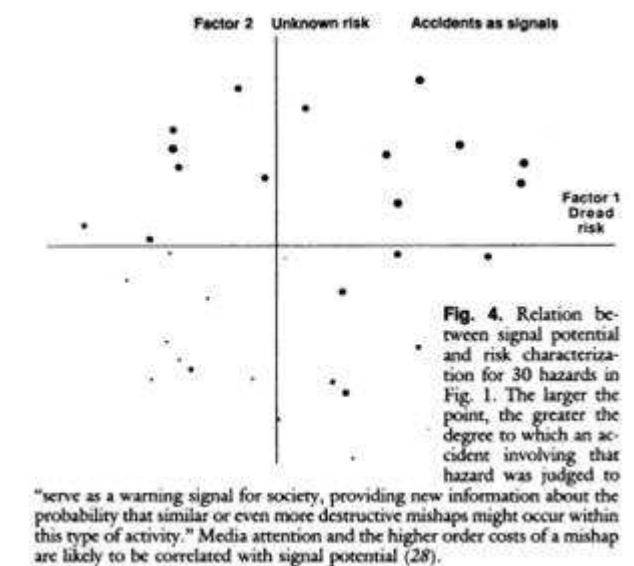


図1 (Slovic 1987 より)

(4) NM 公理系への適用可能性の検討

次に、効用 u , v が NM 公理系に適合するか検討する。(3.1)については、3要素全てについて成り立つと考えても特に問題はない。(3.2.1)と(3.2.2)についても、すでに述べたように3要素とも確率的に結合できることから、成り立つと考えても特に問題はない。(3.3.1)についても同様である。

(3.3.2)については、少し詳しく検討する。この公理は、まず、 α について結合演算を行った後で、さらに、 β について結合演算を行った場合、 $\alpha\beta$ で結合した場合と結果的に同じになることを意味している。すなわち、「がん罹患する確率が50%であり、罹患しない確率が50%であって、かつ、おそろしい結果が発生する可能性が50%で、全くおそろしくない結果が発生する確率が50%である場合」の効用と、「がん罹患し、かつ、おそろしい結果になる確率が25%である場合」の効用が「等しい」と判断できるかということである。おそらく、確率の概念を理解している者であれば、等しいと判断できるであろうし、確率を理解していなくても、直感的にある程度そのような判断をすることは期待できるのではないだろうか。これを裏付けるような心理学的な実験の文献を了知していないので、これ以上は踏み込めないが、本稿においては、(3.3.2)は成立すると考えて前に進みたい。

5 NM 効用関数を用いた分析の例

(1) 効用としてのリスクと効用関数の定義

3の検討に基づき、効用としてのリスクに NM 効用関数を適用して数値化を行ってみよう。

(5.1*) 単純化のため、ある特定の個人の効用である u と v は、「ガン（事象）の発生」と「未知さ」の2種類の要素で構成されるとする。また、(4.2)から、 u はベクトルの原点とする。

$$(5.1) \quad u = (u_1, u_2, \dots) = (0, 0), \quad v = (v_1, v_2, \dots)$$

ただし、 v_1 は「ガン（事象）が発生する状態」、 v_2 は「全く予想のつかないことが発生する状態」を表す。また、(4.2)から、(2.6) $\rho' = \varphi(\rho) = \gamma_0\rho + \gamma_1$ の原点を動かすことはできないため、 $\gamma_1 = 0$ である。このため、以下のとおりとなる。

$$(5.2) \quad f(u) = f(u_1, u_2, \dots) = (0, 0)$$

ここで、2段階の結合演算を実施する。まず、「ガン（事象）が発生しない場合」の効用である u_1 、「ガン（事象）が発生する場合」の効用である v_1 を確率 α で結合演算する。次に、「完全に既知なことが発生

する場合」の効用である u_2 、「全くわからないことが発生する場合」の効用である v_2 を確率 β で結合演算する。この場合、効用関数は、(3.3.2)と(2.1.2)により、以下のとおりとなる。

(5.3)

$$f(\alpha(\beta u + (1-\beta)v) + (1-\alpha)v) = \alpha\beta f(u) + (1-\alpha\beta)f(v)$$

さらに、(5.2)より、効用関数は以下のとおりとなる。

$$(5.4) \quad \rho = \alpha\beta f(u) + (1-\alpha\beta)f(v) = (1-\alpha\beta)f(v)$$

(2) 異なる効用としてのリスクの「数値」の比較

ここで、放射線による健康障害のリスクと、交通事故による健康障害のリスクを検討する。

$$(5.4.1) \quad \rho_r = (1-\alpha_r\beta_r)f(v)$$

$$(5.4.2) \quad \rho_t = (1-\alpha_t\beta_t)f(v)$$

ただし、 $\rho_r, \alpha_r, \beta_r$ は放射線によるリスクの効用関数と確率、 $\rho_t, \alpha_t, \beta_t$ は交通事故によるリスクの効用関数と確率である。

(5.5*) ここで、事象の発生確率が同じであると仮定する。一方、「未知さ」については、放射線の方が交通事故よりなじみが薄く、また、見えないこともあり、「完全に既知なことが発生する場合」の確率は、放射線の方が低くなることは合理的な予想である。

$$(5.5) \quad \alpha_r = \alpha_t, \quad \beta_r < \beta_t$$

(5.4.1)と(5.4.2)から、放射線リスクの効用関数は、事象の発生確率が同じであったとしても、交通事故リスクの効用関数よりも低くなる。

$$(5.6) \quad \rho_r = (1-\alpha_r\beta_r)f(v) < \rho_t = (1-\alpha_t\beta_t)f(v)$$

6 考察

数値的確率に個人の効用が比例すると考える者が疫学者をはじめとする自然科学分野の専門家に多いためか、より多様な情報から効用を決定している一般人に対して、ともすれば、[非科学的]、[感情的]といったレッテルを貼り、ゼロリスク[神話]や[信仰]として片づけてしまうことが多いと筆者は感じる。

低線量被ばく健康影響とそれに対する支援政策の是非は、従来から社会科学が扱ってきた社会政策の問題である。意志決定を研究してきた厚生経済学や社会的選択論^{*}では、確率のような個人比較可能な基数的な数値によって効用を定義する考え方は、強く批判され、否定されている。

本稿は、社会心理学で明らかになったリスク認知の研究の結果と、厚生経済学での効用理論の数理的分析が整合するものであることを示した。これが意

味することは以下のとおりである。

- 1) いわゆる「ゼロリスク神話」批判は、個人間比較可能で基数的な数値である発生確率が同じであれば、認知リスクも同じはずである（同じべきである）、という前提の元に論旨を展開している。しかし、その前提が常に成り立つものではないことは、過去の厚生経済学や社会心理学の研究から明らかにされている。
- 2) 同じ発生確率であっても、「恐ろしさ」「未知さ」が大きい放射線リスクの効用関数、つまり認知リスクは交通事故と比較して高く、必然として、放射線リスクに求める対策の選好順位は、交通事故リスクに対するものより高くなることは、効用理論の数理モデルにより整合的に説明できる。つまり、これは科学的に説明可能な合理的な意志決定といえる。
- 3) 「ゼロリスク」論争の解決のためには、専門家が、上記2点を受け入れた上で、一般人の抱く「恐ろしさ」「未知さ」という放射線による健康障害に独特な要素を減少させるように努力する必要がある。

7 提言

さらに、6の③の達成のために有効と思われる提案は以下のとおりである。

- 1) 「未知さ」の解消のためには、放射線の被ばくがDNAに対してどのようなメカニズムに関する視聴覚教材が有効であろう。具体的には、放射線による活性酸素によるDNAの切断（間接作用）、放射線によるDNAの切断（直接作用）と、活性酸素に対する組織の防衛機能、あるいはDNAの修復機能といったもの（例えば、米井&張 2001）をビジュアルで説明する教材である。
- 2) 「恐ろしさ」の解消のためには、自らがリスクをコントロールするための方策を提示することが重要である。筆者の経験では、交通事故なら車に気を付ければよいが、「放射線の健康影響から自分や家族の身を守るべきがない」から恐ろしい、と訴える人が非常に多い。実際には、強い放射線に被ばくする宇宙飛行士に対して実施されている食生活上の対処など、一般人でも実践できるリスクコントロール手法は存在する。具体的には、活性酸素を除去するために必要な栄養素（抗酸化物質）や、DNAの損傷の修復を助ける栄養素（葉酸等）を含む食品の摂取である（香川&菊池 2012）。

8 結論

MN 効用関数を用いた認知リスクについての検討は、放射線の健康被害を巡るさまざまな論争に対して、新たな、そして相互理解に有効な観点を提示できる。今後の心理学的な研究の進展とともに、MN 効用関数を用いた数理モデルに基づいた、「恐ろしさ」、「未知さ」を解消するための方策の実践が必要である。

参考文献

- ICRP (2008) "The 2007 Recommendations of the International Commission on Radiological Protection", ICRP Publication 103. Ann. ICRP 37 (2-4)
- 香川康雄, 菊池透. (2012) 「いまからできる放射線対策ハンドブック」女子栄養大出版部, 東京
- Marszal, E.M. (2001) "Tolerable risk guidelines", ISA Transactions Vol.40, pp.391-399
- Sen, A.K. (1982) "Choice, Welfare and Measurement", Harvard University Press, Cambridge, MA
- Slovic, J. (1987) "Perception of Risk", *Science*, Vol. 236, pp.280-285
- Slovic, J.(1993) "Perceived Risk, Trust, and Democracy", *Risk Analysis* Vol.13, pp.675-682
- von Neumann J. and Morgenstern, O. (1944). "Theory of Games and Economic Behavior", Princeton University Press, Princeton
- 米井修治, 張秋梅.(2001) 「低線量の健康影響—低線量放射線の生物影響と細胞応答—」日本放射線技術学会雑誌 第58巻第10号 pp.1328-1334