

NM 効用関数を活用したリスク認知の数理モデルの提案

A proposal of alternative mathematical modeling of perceived risk with application of N-M utility function

安井省侍郎 厚生労働省

多くの安全に関する規制は、「許容可能リスク」などの概念を活用して設定されている。しかし、放射線による健康影響などについて、客観的なリスク（例：ガンの発生確率）と、認知リスクには大きな乖離があり、かつ、「恐ろしいリスク」や「未知なリスク」は、その乖離を増幅させることが多数の心理学的研究で指摘されている。本稿では、この乖離を説明できるノイマン-モルゲンシュテルン効用関数を活用したリスク認知に関する数理モデルを提案するとともに、そのモデルを応用して安全規制の制定についての社会的合意形成への応用可能性を考察する。

The concept of "tolerable risk" is widely used for standard setting related to human health. However, as for health risk such as radiation exposure, many physiological studies revealed that there is a notable gap between objective risk (i.e. incident rate of cancer) and perceived risk; and factors such as "dread risk" or "unknown risk" tend to enlarge the gap. This paper propose alternative mathematical modeling of perceived risk, which enable to explain the gap, with application of the utility function of von Neumann and Morgenstern; and examine its applicability for social consensus building.

1 はじめに

(1) リスクの認知の多様性

健康影響に関する「リスク」は、死亡率やガンの発生率といった確率という数値として測定可能であることから、異なるリスクとの直接比較や、足したり、引いたりといった数値演算が可能であるほか、貨幣と同様に他人のリスクと自らのリスクの比較が可能な概念として用いられ、規制も原則として確率としてのリスクの大きさに基づいて行われてきた (Marszal 2001)。

しかし、近年の心理学的な研究により、(1)訓練を受けた専門家のリスク認知は、ガンの発生確率などの数値的な確率と一致する反面、(2)一般人のリスクの「大きさの認知」や、リスクに対する「規制の強さの要求」は、単なるガンの発生率といった数値的な確率だけではなく、そのリスクが顕在化したときの「恐ろしさ(dread risk)」や、リスクの影響の「未知さ(unknown risk)」、あるいは、発言者に対する「信用(trust)」に大きく影響されることがわかってきた (Slovic 1987, Slovic 1993)。このように、リスクに対する行動の選好（例：規制の要求など）が、数値的な確率から乖離しているのであれば、単なる確率は、「リスク」に対する行動の選好の基礎たりえない、つまり、数値的な確率のみで一般人の意志決定を合理的に予測することはできないことを意味する。

(2) 放射線に関する「ゼロリスク」を例として

わかりやすい例として、いわゆる「ゼロリスク神話」批判がある。この論旨は、受動喫煙や車の運転、運動不足など、発ガンのリスクを高める要因は多数

あるにもかかわらず、放射線によるリスクのみ「ゼロリスク」を求めるのは過剰であり、バランスを欠く議論である、というものである。しかし、こうした認知されたリスク(perceived risk)が客観的な事故発生率などの確率と一致しないとする研究は数多い (表1 参照)。

表1 (Slovic 1987 より)

Table 1. Ordering of perceived risk for 30 activities and technologies (22). The ordering is based on the geometric mean risk ratings within each group. Rank 1 represents the most risky activity or technology.

| Activity or technology | League of Women Voters | College students | Active club members | Experts |
|----------------------------------|------------------------|------------------|---------------------|---------|
| Nuclear power | 1 | 1 | 8 | 20 |
| Motor vehicles | 2 | 5 | 3 | 1 |
| Handguns | 3 | 2 | 1 | 4 |
| Smoking | 4 | 3 | 4 | 2 |
| Motorcycles | 5 | 6 | 2 | 6 |
| Alcoholic beverages | 6 | 7 | 5 | 3 |
| General (private) aviation | 7 | 15 | 11 | 12 |
| Police work | 8 | 8 | 7 | 17 |
| Pesticides | 9 | 4 | 15 | 8 |
| Surgery | 10 | 11 | 9 | 5 |
| Fire fighting | 11 | 10 | 6 | 18 |
| Large construction | 12 | 14 | 13 | 13 |
| Hunting | 13 | 18 | 10 | 23 |
| Spray cans | 14 | 13 | 23 | 26 |
| Mountain climbing | 15 | 22 | 12 | 29 |
| Bicycles | 16 | 24 | 14 | 15 |
| Commercial aviation | 17 | 16 | 18 | 16 |
| Electric power (non-nuclear) | 18 | 19 | 19 | 9 |
| Swimming | 19 | 30 | 17 | 10 |
| Contraceptives | 20 | 9 | 22 | 11 |
| Skiing | 21 | 25 | 16 | 30 |
| X-rays | 22 | 17 | 24 | 7 |
| High school and college football | 23 | 26 | 21 | 27 |
| Railroads | 24 | 23 | 29 | 19 |
| Food preservatives | 25 | 12 | 28 | 14 |
| Food coloring | 26 | 20 | 30 | 21 |
| Power mowers | 27 | 28 | 25 | 28 |
| Prescription antibiotics | 28 | 21 | 26 | 24 |
| Home appliances | 29 | 27 | 27 | 22 |
| Vaccinations | 30 | 29 | 29 | 25 |

この行動も、前出の心理学的な分析に基づけば、ガンの発生率といった確率のみならず、「恐ろしさ」「未知さ」、あるいは、発言者に対する「信用」を含めて決定した選好に基づく合理的な行動かもしれない。

しかし、このような多様な要素によるリスクに対する選好の分析は、数値解析が可能なガン（事象）の発生率とは異なり、難しい。

(3)ミクロ経済学の「効用」「効用関数」の適用

ミクロ経済学においては、個人的な選好をその「望ましさ」で表現する「効用」という概念を使用してきた。そして、ノイマン-モルゲンシュテルン（以下「NM」という。）は、その著書の中で、「効用」を「数値」として表現できることを目指し、効用関数を考案した。NM 効用関数は、二つの事象の効用が比較可能であること、さらに、その二つの事象がある一定の確率で発生する場合の効用の予測（結合演算）が可能であることを前提としている。さらに、この結合演算は、複数の確率を使って繰り返す行うことが可能とされている。

(4)本稿の目的及び構成

従来、リスクは確率という「数値」として扱われ、それに基づく数値演算や他のリスクへの直接比較可能性など、さまざまな解析上の便宜を得てきた。しかし、リスクに対する選好が確率以外の要素に影響を受ける以上、確率のみに基づく分析では、一般人の行動を分析することはできない。

本稿は、NM 効用関数を応用することにより、多様な「リスク」に対する選好という「効用」を、「効用関数」によって再度、数値化する方法を探ることを目的としている。

本稿の構成は、まず、NM 効用関数を定義を提示した上で、リスク認知への適用可能性を検討する。さらに、NM 効用関数を用いた認知リスクの相違に関する簡単な分析例を示し、最後に今後の研究の展開についてまとめる。

2 NM による効用・効用関数の定義及び公理系

効用関数の定義にあたり、NM は、ユークリッドによる、数値的距離を導き出す古典的方法のアナロジーを採用した。この方法では、 u と v は、原点からの距離であり、 u と v の間の直線上に ω があることを前提にして、その距離 ω を u と v の間の相対的な位置関係 $0 < \alpha < 1$ で表すものである。

NM 効用関数では、例えば、 $u < \omega < v$ という選好順序を持つ事象を、 u が α という確率、 v が $1 - \alpha$ という確率で発生する結合された事象による効用と、 ω による効用が等しくなる特定の α を、人間は見つけることができるという仮定により、 $\omega = \alpha u + (1 - \alpha)v$ という結合演算を与えることが

できることを前提としている。

(1) NM 効用

(1.1) 定義： $u > v$ とは、効用 u は効用 v よりも「好ましい」ことを判断できることを意味する。

(1.2) 定義： $\omega = \alpha u + (1 - \alpha)v$, ($0 < \alpha < 1$)

2つの効用 u , v ($u > v$) を2つの相補的確率 α , $1 - \alpha$ 付与した結合、つまり、効用 u を確率 α で、効用 v を確率 $1 - \alpha$ で選ぶという結合を表す。

(2) NM 効用関数

(2.1) 定義： $u \rightarrow \rho = f(u)$

この対応は、効用 u からある数の集合への写像を示す。 u は効用で、 $f(u)$ はこの対応によって効用に付与される数である。この対応における $f(u)$ を効用関数と呼ぶ。この効用関数は、以下の条件を満たす。

(2.1.1) $u > v$ ならば $f(u) > f(v)$

(2.1.2) $f(\alpha u + (1 - \alpha)v) = \alpha f(u) + (1 - \alpha)f(v)$

仮に、このような対応が2通り存在して、

(2.2.1) $u \rightarrow \rho = f(u)$

(2.2.2) $u \rightarrow \rho' = f'(u)$

となったとすれば、数の間の1つの変換

(2.3) $\rho \leftrightarrow \rho'$ が引き起こされる。これを

(2.4) $\rho' = \varphi(\rho)$ と記述する。

(2.2.1) と (2.2.2) は (2.1.1) と (2.1.2) を満たすから、

(2.3) の変換、すなわち (2.4) の関数 $\varphi(\rho)$ は関係 $\rho > \sigma$ と関係 $\alpha\rho + (1 - \alpha)\sigma$ を保存する。つまり、

(2.5.1) $\rho > \sigma$ ならば $f(\rho) > f(\sigma)$

(2.5.2) $f(\alpha\rho + (1 - \alpha)\sigma) = \alpha f(\rho) + (1 - \alpha)f(\sigma)$

ここでは、左辺も右辺も効用ではなく、数値に関する関係を表していることに注意すると、この関係を満たすことができる関数は、1次変換

(2.6) $\rho' = \varphi(\rho) = \gamma_0\rho + \gamma_1$

でなければならない。ただし、 γ_0, γ_1 は定数であり、 $\gamma_0 > 0$ である。

(3) NM による効用の公理系

(3.1) 効用 u と v は全順序関係である。すなわち、(3.1.1) 任意の u, v に対し、

$u = v$, $u < v$, $u > v$ のうちのただ1つが成立する

(3.1.2) $u > v$ かつ $v > w$ であれば $u > w$

(3.2.1) $u < v$ ならば $u < \alpha u + (1 - \alpha)v$

$u > v$ ならば $u > \alpha u + (1 - \alpha)v$

(3.2.2) $u < \omega < v$ のとき $\alpha u + (1 - \alpha)v < \omega$ をみただけ α が存在し、

$u > \omega > v$ のとき、 $\alpha u + (1 - \alpha)v > \omega$ をみただけ α が存在する。

(3.3.1) $\alpha u + (1 - \alpha)v = (1 - \alpha)v + \alpha u$

(3.3.2) $\alpha(\beta u + (1 - \beta)v) + (1 - \alpha)v = \alpha\beta u + (1 - \alpha\beta)v$

NM は、これら (3.1) から (3.3) の公理に基づいて、

(2.1.1)と(2.1.2)を満たす(2.2.1)の写像

$u \rightarrow \rho = f(u)$ である, (2.6)の一次関数を導きだした.

3 NMによる効用関数への適用可能性

(1)効用としてのリスクの数理モデル

(4.1*)定義:放射線の健康影響の「リスク」の効用は、「ガン(事象)の発生」に加え,リスクが顕在化したときの「恐ろしさ」と健康影響への「未知さ」の3要素によって定義されるものと仮定する.

(4.1)定義:効用 u , v は,以下により定義される.

$$u = \{u_1, u_2, u_3\}, v = \{v_1, v_2, v_3\}$$

ただし, u_1, u_2, u_3 と v_1, v_2, v_3 はそれぞれ,「ガン(事象)の発生」「恐ろしさ」「未知さ」の効用の要素を表す.

(4.2*)単純化のため,効用を3次元ユークリッド空間における空間ベクトルとして考える.単純化のため,ベクトルの基点を u とする.すなわち, u_1, u_2, u_3 はそれぞれ,「ガン(事象)の発生」「恐ろしさ」「未知さ」の原点(すなわちゼロ)とする.

$$(4.2) u = (u_1, u_2, u_3) = (0, 0, 0)$$

(2)NM 効用への適用可能性の検討

ここまで準備した上で,効用としてのリスクのNM効用関数への適用可能性を検討する.まず,効用 u と v の性質について検討する.(1.1)は当然に満たされる.(1.2)について,「ガン(事象)の発生」は当然満たす.«恐ろしさ」については,リスクが顕在化したときの恐ろしさを確率的に結合することは十分に可能と思われる.(例:おそろしい結果が発生する可能性が50%で,全くおそろしくない結果が発生する確率が50%の場合と,それぞれ60%と40%の場合のどちらが望ましいかを判断することは可能.)

「未知さ」についても,同様である.(例:何が起きるか全く予見できないことが発生する確率が50%で,完全に既知なことが発生する確率が50%の場合と,それぞれ60%と40%の場合のどちらが望ましいかを判断することは可能.)

(3)NM 効用関数への適用可能性の検討

(2.1.1)については,効用関数による数値が,単純増加関数という単調変換を除いて定まる数であることを意味している.«ガン(事象)が発生しない場合」の効用が「ガン(事象)が発生する場合」の効用よりも高い数値を示すことに疑いはない.«恐ろしさ」「未知さ」についても同様である.

(2.1.2)は, u と v を α についての結合演算を行った後の効用に対して効用関数により得られた数値と, u と v それぞれを独立して効用関数で数値化した後で,結合演算を行った場合に得られる数値が「等しい」ということを意味する.すなわち,「がんに罹患

する確率が60%であり,罹患しない確率が40%である場合」の効用に対する効用関数の数値と,「がんに罹患する場合」の効用の効用関数による数値に60%を乗じたものに「がんに罹患しない場合」の効用の数値に40%を乗じたものを加えたものが等しい,ということである.同時に,これを満たす効用関数は,(2.6)のように一次関数となる.放射線影響によるガンの発生については,国際放射線防護委員会(ICRP)で「敷居値なし線形モデル(LNTモデル)」(ICRP 2008)が採用されており,(2.6)と(2.1.2)が成り立つと考えることは妥当である.

では,「恐ろしさ」「未知さ」について同様のことがいえるであろうか.Slovicの1987年の論文によれば,「恐ろしさ」「未知さ」それぞれについて,「社会に対する警告としてのシグナル」としての大きさと,一次比例的な関係があることが示唆されている.

(図1参照)これに基づき,「恐ろしさ」「未知さ」についても,(2.1.2)が成り立つと推定することは一定の合理性があると思われる.

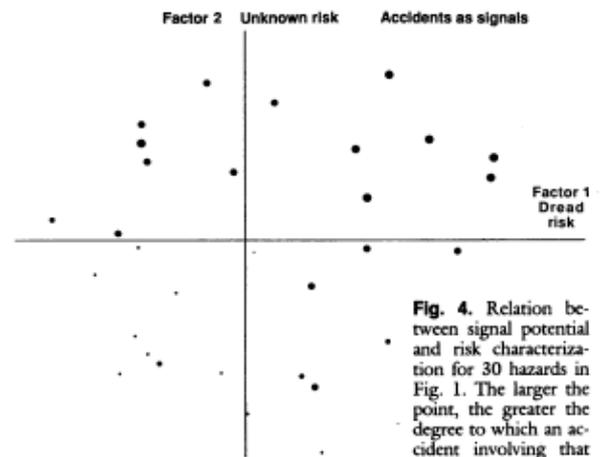


Fig. 4. Relation between signal potential and risk characterization for 30 hazards in Fig. 1. The larger the point, the greater the degree to which an accident involving that hazard was judged to

“serve as a warning signal for society, providing new information about the probability that similar or even more destructive mishaps might occur within this type of activity.” Media attention and the higher order costs of a mishap are likely to be correlated with signal potential (28).

図1 (Slovic 1987より)

(4)NM 公理系への適用可能性の検討

次に,効用 u , v がNM公理系に適合するか検討する.(3.1)については,3要素全てについて成り立つと考えても特に問題はない.(3.2.1)と(3.2.2)についても,すでに述べたように3要素とも確率的に結合できることから,成り立つと考えても特に問題はない.(3.3.1)についても同様である.

(3.3.2)については,少し詳しく検討する.この公理は,まず, α について結合演算を行った後で,さらに, β について結合演算を行った場合, $\alpha \beta$ で結合した場合と結果的に同じになることを意味している.すなわち,「がんに罹患する確率が50%であり,罹患しない確率が50%であって,かつ,おそろしい結果が発生する可能性が50%で,全くおそろしくない結果が発生する確率が50%である場合」の効用と,

「がん罹患し、かつ、おそろしい結果になる確率が25%である場合」の効用が「等しい」と判断できるかということである。おそらく、確率の概念を理解している者であれば、等しいと判断できるであろうし、確率を理解していなくても、直感的にある程度そのような判断をすることは期待できるのではないだろうか。これを裏付けるような心理学的な実験の文献を了知していないので、これ以上は踏み込めないが、本稿においては、(3.3.2)は成立すると考えて前に進みたい。

4 NM 効用関数を用いた分析の例

(1) 効用としてのリスクと効用関数の定義

3の検討に基づき、効用としてのリスクにNM効用関数を適用して数値化を行ってみよう。

(5.1*) 単純化のため、ある特定の個人の効用である u と v は、「ガン(事象)の発生」と「未知さ」の2種類の要素で構成されるとする。また、(4.2)から、 u はベクトルの原点とする。

$$(5.1) \quad u = (u_1, u_2, \dots) = (0, 0), \quad v = (v_1, v_2, \dots)$$

ただし、 v_1 は「ガン(事象)が発生する状態」、 v_2 は「全く予想のつかないことが発生する状態」を表す。また、(4.2)から、(2.6) $\rho^i = \varphi(\rho) = \gamma_0 \rho + \gamma_1$ の原点を動かすことはできないため、 $\gamma_1 = 0$ である。このため、以下のとおりとなる。

$$(5.2) \quad f(u) = f(u_1, u_2) = (0, 0)$$

ここで、2段階の結合演算を実施する。まず、「ガン(事象)が発生しない場合」の効用である u_1 、「ガン(事象)が発生する場合」の効用である v_1 を確率 α で結合演算する。次に、「完全に既知なことが発生する場合」の効用である u_2 、「全くわからないことが発生する場合」の効用である v_2 を確率 β で結合演算する。この場合、効用関数は、(3.3.2)と(2.1.2)により、以下のとおりとなる。

$$(5.3)$$

$$f(\alpha(\beta u + (1-\beta)v) + (1-\alpha)v) = \alpha\beta f(u) + (1-\alpha\beta)f(v)$$

さらに、(5.2)より、効用関数は以下のとおりとなる。

$$(5.4) \quad \rho = \alpha\beta f(u) + (1-\alpha\beta)f(v) = (1-\alpha\beta)f(v)$$

(2) 異なる効用としてのリスクの「数値」の比較

ここで、放射線による健康障害のリスクと、交通事故による健康障害のリスクを検討する。

$$(5.4.1) \quad \rho_r = (1-\alpha_r\beta_r)f(v)$$

$$(5.4.2) \quad \rho_t = (1-\alpha_t\beta_t)f(v)$$

ただし、 $\rho_r, \alpha_r, \beta_r$ は放射線によるリスクの効用関数と確率、 $\rho_t, \alpha_t, \beta_t$ は交通事故によるリスクの効用関数と確率である。

(5.5*)ここで、事象の発生確率が同じであると仮

定する。一方、「未知さ」については、放射線の方が交通事故よりなじみが薄く、また、見えないこともあり、「完全に既知なことが発生する場合」の確率は、放射線の方が低くなることは合理的な予想である。

$$(5.5) \quad \alpha_r = \alpha_t, \quad \beta_r < \beta_t$$

(5.4.1)と(5.4.2)から、放射線リスクの効用関数は、事象の発生確率が同じであったとしても、交通事故リスクの効用関数よりも低くなる。

$$(5.6) \quad \rho_r = (1-\alpha_r\beta_r)f(v) < \rho_t = (1-\alpha_t\beta_t)f(v)$$

5 まとめ

(5.6)は、事象の発生確率が同じだからといって、それに対する認知リスクが同じとは限らないことを示している。つまり、同じ発生確率であっても、放射線リスクの効用関数、つまり認知リスクは交通事故と比較して高く、必然として、放射線リスクに求める対策の大きさは、交通事故リスクに対するものよりも強いものになるが、これは合理的な意志決定といえる。

いわゆる「ゼロリスク神話」批判は、発生確率が同じであれば、認知リスクも同じはずである(同じべきである)、という前提の元に論旨を展開しているが、その前提は、心理的なリスクの認知という観点からは成り立つとは限らない。

MN効用関数を用いた認知リスクについての検討は、放射線の健康被害を巡るさまざまな論争に対して、新たな、そして相互理解に有効な観点を提示できる可能性がある。今後の心理学的な研究の進展とともに、MN効用関数を用いた数理的モデル構築や解析に関する研究が必要である。

引用文献

- ICRP (2008) "The 2007 Recommendations of the International Commission on Radiological Protection", ICRP Publication 103. Ann. ICRP 37 (2-4)
- Marszal, E.M. (2001) "Tolerable risk guidelines", ISA Transactions Vol.40, pp.391-399
- Slovic, J. (1987) "Perception of Risk", *Science*, Vol. 236, pp.280-285
- Slovic, J. (1993) "Perceived Risk, Trust, and Democracy", *Risk Analysis* Vol.13, pp.675-682
- von Neumann J. and Morgenstern, O. (1944). "Theory of Games and Economic Behavior", Princeton University Press, Princeton