

数理科学演習 I 試験問題

1995年9月26日

問題1. 次の集合 A の閉包 \bar{A} 、内部 $\text{Int}(A)$ 、境界 $b(A)$ を求めなさい。

(1) $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 < x \leq 1, y \neq 0\}$

(2) $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 < x \leq 1, 0 < y < x^{\frac{1}{n}}\}, \quad n \in \mathbf{N}$

(3) $A = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x \in \mathbf{Q}, y \in \mathbf{R} - \mathbf{Q}\}$

問題2. 次の3つに対し答えなさい。

(1) 「集合 $A \subset \mathbf{R}^n$ が閉集合である」ということの定義を述べなさい。

(2) 「集合 $A \subset \mathbf{R}^n$ が \mathbf{R}^n の中で稠密である」ということの定義を述べなさい。

(3) \mathbf{R}^n の中で稠密であり、しかも、閉集合でもある集合 $A \subset \mathbf{R}^n$ というものは存在するであろうか？存在すると思う人も存在しないと思う人も理由を付けて答えなさい。

問題3. 写像 $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ が点 $a \in \mathbf{R}$ で微分可能であるとする。そのとき、 $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ は点 $a \in \mathbf{R}$ で連続となることを示しなさい。