

前期末試験問題

(リフレッシュ『数学・・』、情報数学A)

2002年7月30日

以下の8題の中から1題を選び解答をすること。

問題1 次のペル方程式について、与えられた解を利用して、それ以外の解を1つ求めよ。

1. $x^2 - 2y^2 = -1$, $(x, y) = (1, 1)$
2. $x^2 - 5y^2 = -1$, $(x, y) = (2, 1)$
3. $x^2 - 10y^2 = -1$, $(x, y) = (3, 1)$

問題2 方程式 $x^2 + 2y^2 = z^2$ の整数解を求める、という問題を考える。

1. 左辺を因数分解すると $x^2 + 2y^2 = (x + \sqrt{2}yi)(x - \sqrt{2}yi)$ となることを確かめよ。
2. $3^2 + 2 \cdot 1^2 = 11$ であることを利用して、方程式 $x^2 + 2y^2 = z^2$ の整数解を求めよ。
3. $5^2 + 2 \cdot 1^2 = 27$ であることを利用して、方程式 $x^2 + 2y^2 = z^2$ の整数解を求めよ。
4. 2と3で作った解から、「掛け算」によって新しい解を作れ。

問題3 $\tan 2\theta$ を $\tan \theta$ を用いて表す公式を作れ。

問題4 次の整数について、自分自身をのぞくすべての約数の逆数の和を求めよ。

- (1) 12 (2) 20 (3) 36 (4) 30

問題5 次の商の極形式表示を求めよ.

- $\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \div 3\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$
- $\sqrt{6} \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \div \sqrt{2} \cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3}$
- $3\sqrt{5} \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \div \sqrt{10} \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}$

問題6 $\triangle OAB$ において, 辺 OA を $3:1$ に内分する点を C , 辺 OB を $1:2$ に内分する点を D , 線分 AD と線分 BC の交点を P とする. $OA = 2$, $OB = 3$, $\angle AOB = 60^\circ$ であるとき, $\triangle OAP$ の面積を求めよ.

問題7 4点 A_1, A_2, A_3, A_4 を制御点とする3次のベジエ曲線において, A_1, A_2, A_3, A_4 の x 座標が等差数列をなすならば, その方程式は必ず $y = (x$ の3次式) の形で表せることを証明せよ.

問題8 定数 c に対し $f(x) = c^x$ とする.

- $f(x)$ の差分を求めよ.
- $f(x)$ の和分を求めよ.
- 2 を利用して数列の和 $1 + c + c^2 + c^3 + \cdots + c^n$ を求めよ.