

# 数学概論II

1994年10月25日

問題1. (1)  $\mathbf{a} = [1, 4, 0], \mathbf{b} = [2, -2, 1]$ , とする。ベクトル  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  の各々の長さ、及び、 $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  との内積を求めなさい。

(2) (1) の2つのベクトル  $\mathbf{a}$  と  $\mathbf{b}$  どちらにも直交するベクトルを求めなさい。

(3) 次のベクトルのうち、どの2つが直交していますか？

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= [1, 2, -2, 1], \\ (1) \quad \mathbf{b} &= [4, 0, 4, 0], \\ \mathbf{c} &= [1, -1, -1, -1], \end{aligned}$$

問題2.  $A$  を正方行列とする。 $A$  が逆行列  $A^{-1}$  を持てば、 $A$  の転置行列も逆行列を持ち  $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$  となることを証明しなさい。

問題3. 行列  $A$ 、ベクトル  $\mathbf{b}$  を各々次のようにおいて連立一次方程式  $Ax = \mathbf{b}$  を考える。各々誤差  $\|\mathbf{b} - Ax\|$  を最小にするような  $x$  及び最小誤差  $\|\mathbf{b} - Ax\|$  を求めなさい。

$$(2) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 9 \end{bmatrix}.$$

$$(3) \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

問題4. ある患者の体重を4回測ったところ 45 kg、48 kg、45 kg、46 kgであった。最小2乗法を用いれば、この患者の体重は何 kg であるといえますか？

問題5. ある自動車会社が新車を造ったので燃費を調べるテストを行った。4人のテストドライバー三木、田中、大平、福田がテストを行ったところ次の表のようになった。この車の燃費は何 km/ℓ と言えるか？最小2乗法を用いて答えなさい。

名前	ガソリン量 ( $\ell$ )	走行距離 (km)
三木	20	340
田中	30	400
大平	10	130
福田	40	600

問題 6 .      ある実験の測定を行い、以下の測定値を得た。測定値を最良に近似する  $(t - y)$  平面内の直線を最小 2 乗法で求め、図示しなさい。

時間 (t)	値 (y)
0	0
1	1
3	2
4	5

問題 7 .      問題 6 の測定値に対し、放物線  $y = a + bt + ct^2$  によってデータを近似するとする。最良に近似する放物線を求めなさい。