

数学概論 I

1993 年 6 月 15 日

問題 1 . 次の行列の逆行列を , Gauss-Jordan 法で求めなさい .

$$(1) \quad (1) \quad \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (2) \quad \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$$

問題 2 . 3×3 行列 E は , "第 2 行を第 3 行に加える" という操作を表わす行列とする .

(1) E^{50} (E を 50 回掛けた行列) はどういう操作を表わす行列ですか ?

(2) $E, E^{50}, 50E, (E^{50})^{-1}, (50E)^{-1}$ はどういう行列ですか ? 各々具体的に数字をならべて書きなさい .

問題 3 . 次の集合は \mathbf{R}^2 の部分ベクトル空間ですか ? また , 各々に対して絵を書きなさい .

$$(2) \quad (1) \quad \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid xy = 0 \right\} \quad (2) \quad \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid y - x^2 = 0 \right\}$$

$$(3) \quad (3) \quad \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid y - 2x = 1 \right\} \quad (4) \quad \left\{ \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 \neq 0 \right\}$$

$$(4) \quad (5) \quad \left\{ a \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^2 \mid a, b \in \mathbf{R} \right\}$$

問題4 . 次のベクトル達は線形独立ですか？ 理由をつけて答えなさい .

$$(5) \quad (1) \quad \mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$(6) \quad (2) \quad \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$(7) \quad (3) \quad \mathbf{c}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{c}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{c}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{c}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix},$$

$$(8) \quad (4) \quad \mathbf{d}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{d}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{d}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{d}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

問題5 .

- (1) 集合 $\{[1, 1]\}$ を R^2 の基底に拡張しなさい .
- (2) 集合 $\{[1, 1, 0], [1, 1, 1]\}$ を R^3 の基底に拡張しなさい .