カオス・フラクタルA試験問題

２０００年7月１９日

問題１　xy-平面上の１２点

$$\mathsf{O}(0;0);\ \mathsf{A}(8;0);\ \mathsf{B}(8;4);\ \mathsf{C}(0;4)$$
$$\mathsf{D}(1;0);\ \mathsf{E}(1;4);\ \mathsf{F}(3;4);\ \mathsf{G}(3;0)$$
$$\mathsf{H}(8;3);\ \mathsf{I}(4;3);\ \mathsf{J}(4;1);\ \mathsf{K}(8;1)$$

を考える。長方形ＯＡＢＣを長方形ＤＥＦＧに写す写像を f_1、長方形ＯＡＢＣを長方形ＨＩＪＫに写す写像を f_2 とする。以下に答えよ。

1. $\mathsf{f}_1;\ \mathsf{f}_2$ をそれぞれ式で表せ。それぞれ、３行３列の行列で表すのが望ましい。
2. 長方形ＯＡＢＣを R_1 とし、$\mathsf{R}_2 = \mathsf{f}_1(\mathsf{R}_1) \cup \mathsf{f}_2(\mathsf{R}_1)$ とおく。R_2 を図示せよ。
3. $\mathsf{R}_3 = \mathsf{f}_1(\mathsf{R}_2) \cup \mathsf{f}_2(\mathsf{R}_2)$ とおく。R_3 を図示せよ。
4. R は $\{\mathsf{f}_1;\mathsf{f}_2\}$ に関する自己相似集合であろうか？詳しく理由をつけて答えよ。
5. $\widetilde{\mathsf{R}}$ は $\{\mathsf{f}_1;\mathsf{f}_2\}$ に関する自己相似集合であろうか？詳しく理由をつけて答えよ。

ただし、

$$\mathsf{R}_{n+1} = \mathsf{f}_1(\mathsf{R}_n) \bigcup \mathsf{f}_2(\mathsf{R}_n) \quad (\mathsf{n} \geq 1)$$

とし、

$$\mathsf{R} = \bigcap_{n=1}^{\infty} \mathsf{R}_n;\ \widetilde{\mathsf{R}} = \bigcap_{n=1}^{\infty} \widetilde{\mathsf{R}}_n$$

$$\widetilde{\mathsf{R}}_n = \bigcup_{i=1}^{n} \mathsf{R}_i$$

とおいている。

問題２

1.
$$\frac{1}{3}$$
を 2 進法で表すといくつになるか？また、4 進法で表すといくつになるか？

2.
$$\mathsf{I}_1 = [0;1]$$
$$\mathsf{h}_1(\mathsf{x}) = -\frac{1}{4}\mathsf{x} + \frac{1}{2} \quad ; \quad \mathsf{h}_2(\mathsf{x}) = -\frac{1}{4}\mathsf{x} + 1$$
に対し、
$$\mathsf{I}_{n+1} = \mathsf{h}_1(\mathsf{I}_n) \cup \mathsf{h}_2(\mathsf{I}_n) \quad (\mathsf{n} \geq 1)$$
とおく。I_2 を図示せよ。

3. I_3 を図示せよ。

4. $\mathcal{F}$ は 4 進法で表したときのどんな数の集合と一致しているか？詳しく説明せよ。ただし、
$$\mathcal{F} = \bigcap_{n=1}^{\infty} \mathsf{I}_n$$
とおいている。

ホームページ http://www.ne.jp/asahi/nishimura/takashi 上で答案返却案内をします。答案返却希望者は、ときどき覗いて下さい。