

フラクタル試験問題

2003年1月28日

問題1 この授業のキーワードはなんだったか？

問題2 カントールの3進集合 C は空集合ではないことを示せ。

問題3 以下に答えよ。

1. 3進法で表わすと

$0.222\dots$ (2 が限りなく続く)

となる数を10進法で表わすといくつになるか？

2. 3進法で表わすと

$0.111\dots$ (1 が限りなく続く)

となる数を10進法で表わすといくつになるか？

問題4 コッホ曲線の構成法では、二等辺三角形 K_0 、および、 K_0 から K_0 への二つの写像 f_1, f_2 を用いて、再帰的に定義される図形列 $K_0, K_1, K_2, K_3, \dots$ が登場した。 K_2, K_3 を図示せよ。

問題5 数直線内の閉区間 $J_0 = [0, 1]$ の部分集合

$$\mathcal{A} = \{0.a_1a_2a_3\dots_{(5)} \mid a_i = 0 \text{ または } 2 \text{ または } 4\}$$

を考える。以下に答えよ。ただし、集合の要素 $0.a_1a_2a_3\dots$ についている添え字 (5) は、「 $0.a_1a_2a_3\dots$ という小数は5進法で表わされている」ということを意味している。

1. \mathcal{A} は、 $J_0 = [0, 1]$ と三つの写像 $g_1, g_2, g_3 : J_0 \rightarrow J_0$ を用いて、再帰的に定義される図形列 J_0, J_1, J_2, \dots の極限集合として得ることができる。 g_1, g_2, g_3 を求めよ。

2.

$$\mathcal{A} \subset g_1(\mathcal{A}) \cup g_2(\mathcal{A}) \cup g_3(\mathcal{A})$$

を示せ。ただし、鍵となる性質「 $J_0 \supset J_1 \supset J_2 \supset \dots$ 」をどこで使ったのかをはっきりと書いておくこと。