

応用解析学II試験

1999年1月26日

問題1 ハウスドルフ次元の定義とハウスドルフ・ベシコビッチの定理を用いて、次の集合のハウスドルフ次元を求め、「フラクタル」であるかどうかを理由を付けて述べよ。

(1) $\{(\cos \theta, \sin \theta) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\}$

(2) ペアノ曲線

問題2 コッホ曲線 K と杉の葉 L は、どちらがより複雑な図形であると言えるか？ハウスドルフ次元の観点から答えよ。

問題3

(1) ハウスドルフ次元の計算をしようとする対数が頻繁に登場するが、それは何故か？

(2) (1)での対数は自然対数であるが、それを常用対数で置き換えてもよいか？理由をつけて答えよ。

(3) ハウスドルフ次元を定義に従って求めようとする難しいところはどこか？

問題4 川崎から木更津までの海岸を東京湾岸と呼ぶことにし、明石から堺までの海岸を大阪湾岸と呼ぶこととする。東京湾岸線と大阪湾岸線は、どちらがより複雑な湾岸線であると言えるか？ハウスドルフ次元の観点から答えよ。