

応用解析学Ⅰ試験問題

1997年9月29日

問題1. 次の集合は $(\mathbf{R}, \text{ユークリッド距離})$ において閉集合だろうか? そうだと思う人もそうだと思わない人も理由を付けて答えなさい。

- (1) \emptyset (空集合)
- (2) $S = \{-\frac{1}{n} \mid n = 1, 2, \dots\}$
- (3) \mathbf{Q} (有理数全体の集合)

問題2. 次の写像は連続な写像であろうか? そうだと思う人もそうだと思わない人も理由を付けて答えなさい。

- (1) $(\mathbf{R}, \text{ユークリッド距離})$ 上のアフィン変換 $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$
- (2) $(\mathbf{R}, \text{ユークリッド距離})$ 上の微分可能な関数 $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$

問題3. 次の距離空間は完備な距離空間だろうか? そうだと思う人もそうだと思わない人もその理由を付けて答えなさい。

- (1) $((0, 1), \text{ユークリッド距離})$ ($(0, 1)$ は0から1までの开区間)
- (2) $(\mathbf{R} - \bigcup_{n=1}^{\infty} C_n, \text{ユークリッド距離})$

但し、

$$C_n = \{x \in \mathbf{R} \mid \frac{1}{n} < x < 1 - \frac{1}{n}\}$$