

# 非線型数理2 期末試験

2000年2月7日

問題1 次の値を求めよ。

1.  $i^i$  (主値)
2.  $\sin(i\pi)$

問題2 次の方程式を解け。

$$\cos z = i$$

問題3 行列

$$\begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}$$

に対応する複素関数を求めよ。ただし、 $a, b$  は実数である。

問題4 次の複素関数の複素微分可能性を調べよ。

1.  $f(z) = \bar{z}^3$
2.  $f(z) = z\operatorname{Re}(z)$

問題5 コーシー・リーマン方程式を極形式で表すと

$$\frac{\partial u}{\partial r}(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}(r, \theta), \quad \frac{\partial u}{\partial \theta}(r, \theta) = -r \frac{\partial v}{\partial r}(r, \theta)$$

となることを示せ。

問題6 正則関数  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  (ただし  $z = x + iy$ ) に対し

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y) = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}(x, y) = 0$$

となることを示せ。