非線形数理I試験問題

１９９９年9月２７日

問題１

1. $\sqrt{3}+i$ を極形式の形で表せ。
2. $(\frac{1-2i}{3+4i})^2$ を $x+iy$ の形で表せ。
3. i の２乗根を求めよ。
4. $\mathrm{Re}(z^2) \geq 1$ かつ $\mathrm{Im}(z^2) \geq 1$ を満たす点 z の存在範囲を求め、図示せよ。
5. 複素関数 $f(z)=(\sqrt{3}+i)\overline{z}$ に対応する二次の実正方行列 T を求めよ。

問題２　複素数 z_1, z_2 $(z_2 \neq 0)$ に対し、次を示せ。

$$\frac{z_1}{z_2} \text{ は純虚数 } \Longleftrightarrow z_1\overline{z_2} \text{ は純虚数}$$

問題３　相異なる複素数 z_1, z_2 を通る直線上の z は次を満たすことを示せ。

$$(\overline{z_2}-\overline{z_1})z-(z_2-z_1)\overline{z}-z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=0$$

問題４　写像 $w=\overline{z}^2$ により、以下の指定された $z-$ 平面内の直線は $w-$ 平面内のどのような曲線に写されるか調べよ。

1. $\mathrm{Re}z=x_0$
2. $\mathrm{Im}z=y_0$