

複素関数論2 期末試験

2000年2月8日

問題1 次の等式を示せ。

1. $(\sin z)' = \cos z$
2. $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$

問題2 z 平面内の実軸に平行な直線 $y = y_0$ や虚軸に平行な直線 $x = x_0$ は、写像 $w = \frac{1}{z}$ によって、円に写ることを示せ。

問題3 次の複素関数の複素微分可能性を調べよ。

$$f(z) = |z|^2$$

問題4 コーシー・リーマン方程式を極形式で表すと

$$\frac{\partial u}{\partial r}(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}(r, \theta), \quad \frac{\partial u}{\partial \theta}(r, \theta) = -r \frac{\partial v}{\partial r}(r, \theta)$$

となることを示せ。

問題5 複素平面上の曲線

$$C = \left\{ z(t) = \cos(t) + 1 - i \sin(t) \mid \pi \leq t \leq \frac{3\pi}{2} \right\}$$

に対し、以下に答えよ。

1. C の図を描け。
2. 積分

$$\int_C \bar{z} dz$$

を求めよ。