

複素関数論 I 試験問題

1999年9月28日

問題 1

1. 次の等式を満たす点 z の全体は、どんな図形を描くか。

(a) $|z - 4i| = |z - i|$

(b) $|z - 4i| = 2|z - i|$

2. 複素関数 $f(z) = (\sqrt{3} - i)z$ に対応する二次の実正方行列 T を求めよ。

問題 2 方程式 $z^4 = -2(1 + \sqrt{3}i)$ の解を求め、これらを表す点を複素数平面上に図示せよ。

問題 3 写像 $w = z^2$ により、以下の指定された z -平面内の直線は w -平面内のどのような曲線に写されるか図示せよ。

1. $\operatorname{Re} z = x_0$

2. $\operatorname{Im} z = y_0$

但し、 $z = x + iy, w = u + iv$ であり、 x_0, y_0 は実数である。

問題 4 写像 $w = z^2$ に対し、以下の集合（等高線）を図示せよ。

1. $l_c = \{(x, y) \mid \operatorname{Re}(w) = u_0\}$

2. $l_d = \{(x, y) \mid \operatorname{Im}(w) = v_0\}$

但し、 $z = x + iy, w = u + iv$ であり、 u_0, v_0 は実数である。