

複素関数論I 試験問題

1999年6月8日

問題 1

1. $\sqrt{3} - i$ を極形式の形で表せ。
2. $(\frac{1-2i}{3+4i})^2$ を $x + iy$ の形で表せ。
3. 複素数 $z_1 = 1 + i, z_2 = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}$ に対し、 $z_1 z_2, \frac{z_1}{z_2}$ をそれぞれ極形式で表せ。
4. $\operatorname{Re} z^2 \geq 1$ かつ $\operatorname{Im} z^2 \geq 1$ を満たす点 z の存在範囲を求め、図示せよ。

問題 2 相異なる複素数 z_1, z_2 を通る直線上の z は次を満たすことを示せ。

$$(\bar{z}_2 - \bar{z}_1)z - (z_2 - z_1)\bar{z} - z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 0$$

問題 3 点 z が、原点 O を中心とする半径 2 の円上を動くとき、点 -4 と点 z を結ぶ線分の midpoint w は、どのような図形を描くか。

問題 4 異なる 3 つの複素数 α, β, γ の間に、等式

$$\sqrt{3}\gamma - i\beta = (\sqrt{3} - i)\alpha$$

が成り立つとき、3点 $A(\alpha), B(\beta), C(\gamma)$ を頂点とする三角形 ABC は、どのような三角形か。