

複素関数論I 試験問題

1998年10月29日

問題 1

1. $\sqrt{3} + i$ を極形式の形で表せ。
2. $(\frac{1-2i}{3+4i})^2$ を $x + iy$ の形で表せ。
3. $\log(2i)$, $(1 - i)^i$ を求めよ。
4. i の 2 乗根を求めよ。
5. $\operatorname{Re} z^2 \geq 1$ かつ $\operatorname{Im} z^2 \geq 1$ を満たす点 z の存在範囲を求め、図示せよ。

問題 2 複素数 z_1, z_2 ($z_2 \neq 0$) に対し、次を示せ。

$$\frac{z_1}{z_2} \text{ は実数} \iff z_1 \bar{z}_2 \text{ は実数}$$

問題 3 相異なる複素数 z_1, z_2 を通る直線上の z は次を満たすことを示せ。

$$(\bar{z}_2 - \bar{z}_1)z - (z_2 - z_1)\bar{z} - z_1\bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 0$$

問題 4 写像 $w = \cos z$ により、以下の指定された z -平面内の直線は w -平面内のどのような曲線に写されるか調べよ。

1. $\operatorname{Re} z = x_0$
2. $\operatorname{Im} z = y_0$