

複素関数論 I 中間試験問題

1998年6月2日

問題1 $w = 1 + iz$ とする。点 z が原点 O を中心とする半径1の円上を動くとき、点 w はどんな図形を描くか。

問題2 次の値を求めよ。

1. $(1 - \sqrt{3}i)^8$
2. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{3+i}}\right)^{12}$

問題3 a, b, c は実数の定数とし、 $P(x) = ax^2 + bx + c$ とする。このとき、任意の複素数 z に対して、 $P(z) + P(\bar{z})$ の値は実数であることを示せ。

問題4 次の問に答えよ。

1. 複素数平面上の3点 $0, z, (1+i)z$ を頂点とする三角形は、点 z を直角の頂点とする二等辺三角形であることを証明せよ。
2. 3つの複素数 α, β, γ に対して、等式

$$\frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha} = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$$

が成り立つとき、複素数平面上で3点 α, β, γ を頂点とする三角形は、どんな形の三角形か。