

## 解説と GRAPES による描画プログラム

(Ver 0.95, 2016-03-10)

よしだ はじめ 

cq2h-ysd@asahi-net.or.jp

### 1. 解説

近年出題される数学の「活用」に関する問題で、文部科学省の全国学力調査では「問題 B」に該当します。

電球の点滅状態をボタンの操作回数を示す整数と結びつけて考えます。問題に提示された規則と表から次のことを読み取ります。

(A～Eは各電球を、nは操作回数を表す)

- Aはnが2の倍数のとき点灯する。
- Bはnが3の倍数のとき点灯する。
- Cはnが4の倍数のとき点灯する。
- Dはnが5の倍数のとき点灯する。
- Eはnが6の倍数のとき点灯する。

なお、電球が正五角形に配置されていることは(1)(2)には影響しません。(3)のみです。

(1) 10は2の倍数であり、かつ5の倍数です。3, 4, 6のいずれの倍数でもありません。よって、点灯する電球はAとDです。

(2) すべての電球が点灯するのはnが2, 3, 4, 5, 6のすべての倍数、すなわち、nが60の倍数の場合なので、(a)は60です。

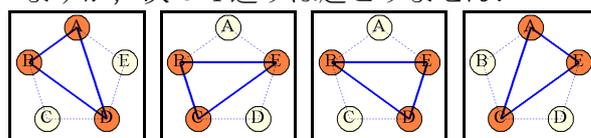
すべての電球が消灯するのはnが2, 3, 4, 5, 6のいずれの倍数でもないときで、「エラトステネスのふるい」と同様の手法で、次のような表を使って求められます。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

- ① 2の倍数を消す。同時に4の倍数も消える。(上の表では背景に影をつけた)
- ② 5の倍数を消す。(濃淡の異なる影)
- ③ 3の倍数を消す。(斜線)

①と③により、6の倍数も消える。消せずに残った数が「すべて消灯している状態」で、これを数えて、(b)は16です。

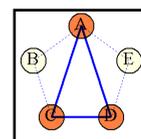
(3) 問われている「正五角形の1つの辺と2つの対角線からなる三角形」は5通りありますが、次の4通りは起こりません。



なぜなら、AとBの両方が点灯すれば必ずEも点灯し、逆もいえます。数でいえば、

2の倍数かつ3の倍数  $\Leftrightarrow$  6の倍数

です。だから、実際起こるのは右の場合だけです。これは、2の倍数かつ4の倍数かつ5の倍数、すなわち20の倍数のとき



です。しかし、(2)から、60の倍数のときにはすべてが点灯するので、これは除きます。よって、205までで該当するのは、

20, 40, 80, 100, 140, 160, 200

となり、7回です。

### 2. コメント

冒頭で述べたように、この問題は数学の活用力をみる問題です。内容的には整数(倍数、公倍数)に関する知識と正五角形についての知識が要求されます。高校の「数学A」で扱っても良いくらいです。しかし、決して中学生に無理な問題ではないと思います。過去に学習したことを答えるタイプの問題ではないのですから。また、推論の理由を文章で書かせる形式の問いも良いでしょう。(次期大学入試センター試験では検討中とのこと)

しかし、実施方法については一考が必要です。文科省の学力調査でも知識・技能の力を見るA問題と活用の力を見るB問題はテストの時間を分けています。同じ時間内に実施したのでは、高得点が必要とされる進学校を除いては、「活用の問題は手をつけな」という本末転倒な「受験対策」が行われかねません。それではせっかく活用問題を扱う趣旨に反することになってしまうでしょう。

### 3. GRAPES による描画プログラム

#### ●機能

- ・ ボタン操作回数に従った図を表示する.
- ・ 該当する状態の数を自動的に数える.

#### ●基本的な操作方法

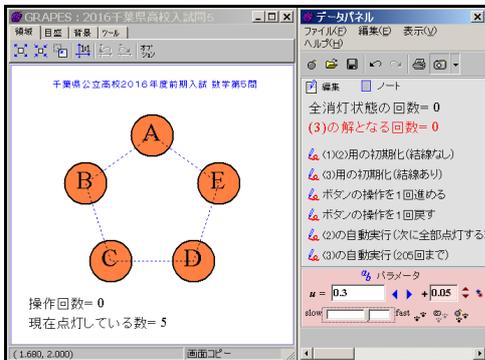
画面右側中段の「スクリプト名」(鉛筆マークの 6 つの各行) をクリックすると, その処理を実行し, 画面左側に電球の点滅状態とボタンの操作回数, 画面右側上段に (2) (3) で求める状態の回数を表示します.

画面右下の「パラメータ」  $u$  の値は電球の半径を表します (初期設定  $u = 0.3$ ).

#### ●各スクリプトの説明

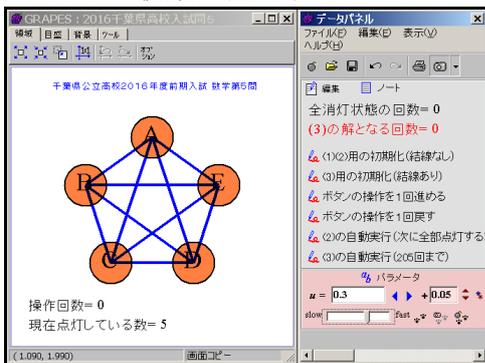
##### ① (1)(2)用の初期化 (結線なし)

(1) (2) のための初期画面です.



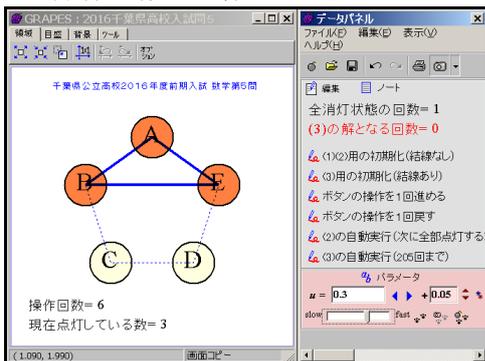
##### ② (3)用の初期化 (結線あり)

(3) のための初期画面です.



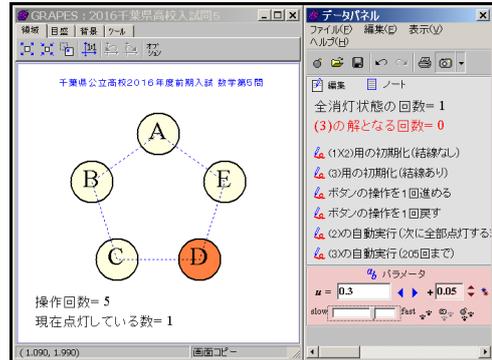
##### ③ ボタンの操作を1回進める

ボタン操作回数を1増やした図を表示します.



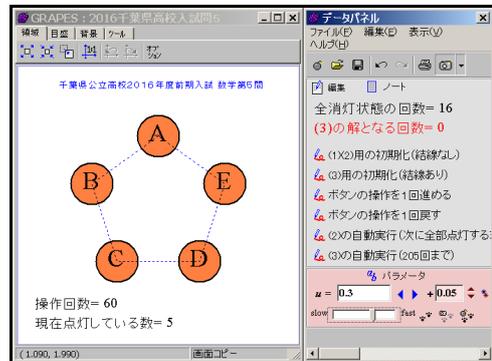
##### ④ ボタンの操作を1回戻す

ボタン操作回数を1減らした図を表示します. 回数が0の場合には変化しません.



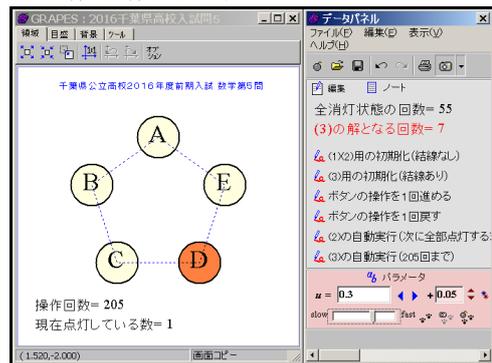
##### ⑤ (2)の自動実行(次に全部点灯するまで)

初期状態から次に全部の電球が点灯するまで自動的にボタン操作を繰り返し, すべて消えた状態の回数を数えます. (このときには (3) の回数は数えません)



##### ⑥ (3)の自動実行(205回まで)

結線ありの初期状態から 205 回まで自動的にボタン操作を繰り返し, 該当する三角形ができる回数を数えます.



#### ●公開提供

作者ホームページにて公開します.

[よしだはじめ数学教育](#) で検索.

または右の QR コードで.

※GRAPES は友田勝久氏作のフリーソフトです. Web から入手できます.

