三角関数の探求

1 基本のグラフ

- [1] MODE を選択し、graph を parametric に指定し、enter を 2 回押す。
- $egin{aligned} \mathbf{Y} & \mathbf{Y} & \mathbf{E}$ 選択し、 $\begin{cases} xt1 = \cos(t) \\ yt1 = \sin(t) \end{cases}$ と入力する。
- [3] $\boxed{\text{WINDOW}}$ を選択し、t の範囲を 0 度から 360 度にし、tstep を 10 度とする。x と y の範囲を考えて指定する。
- [4] Graph を選択すると、指定のグラフを描く。

ACTIVITY

 $\boxed{ ext{WINDOW}}$ において、t の範囲をいろいろと変化させ、それによって、グラフがどのように描かれるかを観察せよ。

- [1] MODE を選択し、graph を function に指定し、enter を 2 回押す。
- [2] Y =を選択し、 $y1 = \sin(x)$, $y2 = \cos(x)$ と入力する。
- [3] $\overline{\text{WINDOW}}$ を選択し、x と y の範囲を考えて指定する。
- [4] Graph を選択すると、指定のグラフを描く。

ACTIVITY

 $y=\cos 2x,\,y=2\sin x\,,y=-\cos(3x-90^\circ)\,,y=\sin(-x)+2$ など自分でいろいろな三角関数の式を入力し、観察せよ。それらを元にして次の式の a,b,c,d の値が何にどのように影響しているかをまとめよ。

$$y = a\sin(bx + c) + d$$

$$y = a\cos(bx + c) + d$$

ACTIVITY

 $\sin x$ と $\cos x$ を使った関数を自由に作り、そのグラフを描かせて観察せよ。 (example)

- $\sin x + \cos x$
- $\sin^2 x$
- \bullet $\frac{1}{\sin x}$
- $\sin x + \sin 2x$

DISCUSSION

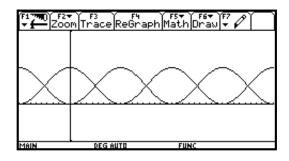
REPORT

本日のACTIVITY とDISCUSSION を通して、あなたが考えたこと、不思議に思ったこと、発見したことなどを別紙レポートにまとめて報告せよ。(注)感想文ではないよ。

2 生徒のレポートより

上村正樹

- $y=a\sin(bx+c)+d$ や $y=a\cos(bx+c)+d$ の a,b,c,d の値については、今までに授業中で触れて理解しているので、自分で作った関数 $y=\sin^2x$ と $y=\cos^2x$ のグラフを描かせた。図 (1) 左の図。これで、 $\sin^2x+\cos^2x=1$, $\sin^2x\geq0$, $\cos^2x\geq0$, $\sin\theta=\cos(90^\circ-\theta)$ を確認できた。
- 次に $\sin x^2$ にしたらどんなグラフになるだろうか。 $y = \sin x^2$ は範囲を -10 < x < 40 で描かせる。図(1)の右図。 このグラフの特徴は
 - $[1] -1 \le y \le 1$
 - [2] $x \ge 0$ において、x の値が増えるにつれて、y の値の変化が大きい。
 - [3] x = a のときと、x = -a のときの y の値が等しい。



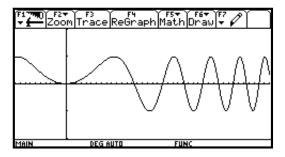
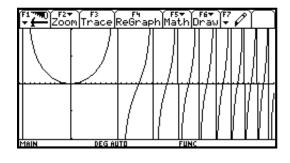


図 1:

次に $y = \tan x^2$ を描かせる。



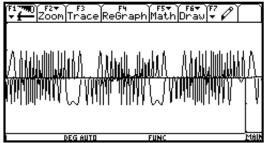


図 2:

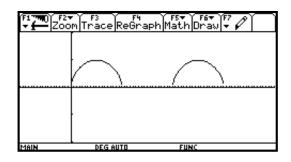
やはり、上の2番目、3番目の特徴が同様に見受けられる。漸近線の間隔も短くなってきている。 なぜ、こんなおもしろい特徴があるのだろうか。

どうやら、 $y=x^2$ のグラフと関係がありそうだ。y 軸について左右対称だから、3 番目のことが成り立ち、x が 1 づつ増えるごとに、 x^2 の量が徐々に増えてきているためのようである。

先生からの一言

よい探求です。しかし 2 番目のことは、本当でしょうか。私は範囲を 0 度から 360 度で描かせて観ました。途中にのんびりしたところが出てきますね。君の言ってることはおかしいのではありませんか。図 (2 の右図)

上田有正 $y = \sqrt{\sin x}$ のグラフは次のようになった。図(3)の左図。



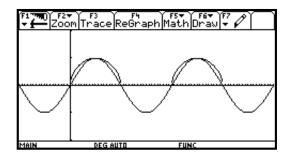


図 3:

 $\sin x$ にある x 軸より下の部分が、このグラフに現れないのは、 $180^\circ + 360^\circ \times n < x < 360^\circ + 360^\circ \times n$ において、 $\sin x < 0$ となるので、y の値が虚数となる。よってグラフには現れないのである。

先生からの一言

よいことに気がつきました。ところで君のレポートではこのグラフは $y=\sin x$ の上側だけのように思っていますが、本当でしょうか。 $y=\sin x$ のグラフはこのような半円がつながっていましたかね。 みんな自分の機械に 2 つのグラフを同時に描かせて確認してください。図 (3) 右図。 ところで、このグラフを観て少し変だと思いませんか?普通はルートがつくと、元の数よりも小さくなるのに、ここでは $\sqrt{\sin x}$ の方が $\sin x$ より上にあるよ。

授業のあと、吉田君が「先生 $y=\sqrt{\sin x}~i$ とすると、下半分を描くよ」と言ってきた。つまりこの機械は虚数も図示するよというのが彼の説である。

先生からの一言

虚数も図示してくれるという説は、本当でしょうか。式にiがついているから、彼はこれを虚数だと思っている。しかし嘘ですね。

 $\sin x < 0$ のとき $\sqrt{\sin x} = \sqrt{(-\sin x)} \; i$ ですから、 $\sqrt{\sin x} \; i = \sqrt{-\sin x} \; i^2 = -\sqrt{-\sin x}$ つまりこれは立派な実数の世界のグラフです。

木村 文彦 $\sin x - \cos x = \sqrt{2}\sin(x-45^\circ)$ になる。

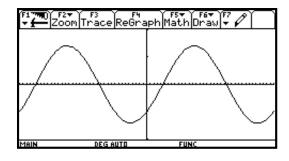


図 4:

 $y=a\sin(bx+c)+d$ で a,b,c,d を求めて、この結論を導いたのか、それとも授業で習った合成を使って計算したのか?どちらでしょう。しかしよい確認である。(二つのグラフを同時に描かせたらまったく重なりますね。)

稲住 肇 $y=\sin(\cos x)$ のグラフを描かせた。予想は $-1\le\cos x\le 1$ なので $\sin(-1)\le\sin(\cos x)\le\sin(1)$ と思ったが $\cos x$ と似ているグラフになった。なぜだろう? $0^\circ\le x\le 360^\circ$ で $-0.02\le y\le 0.02$ で描かせたのが次のグラフである。

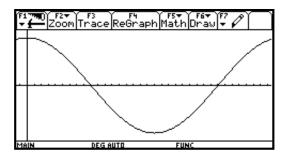


図 5:

先生からの一言

稲住君。このグラフを描かせるのに苦労したでしょ。Window の値の設定について最初からの話をしてください。苦労して探求した場合には、そのグラフの window の設定値についてもレポートに明記するようにしてください。

本野 孝泰 最初の ACTIVITY で tstep を 1 にすると、長い時間かけて円を作った。tstep を 135 度にしたら星型になると思い、実際にしてみると見事に 8 つの頂点をもった星ができた。tstep を 405 度にしたら正八角形となり、tstep を 540 度にしたら図ができなかった。なぜだろう?以下 135 度の倍数でやってみたが同じようなことに繰り返しであった。

上の疑問について考えれば、簡単なことでした。y 軸上に直線がかかれていたからでした。

最後の ACTIVITY はなじみのないグラフばかりであった。 $\frac{1}{\sin x}$ は $\tan x$ のグラフのように、絶対に 交わらない線がなぜ引かれるのかが不思議だ。ちなみに 180 度刻みで。

 $\sin x + \sin 2x$ と $\cos x + \cos 2x$ の違いについて考えたが、前者は原点対称、後者は y 軸対称であることがわかった。

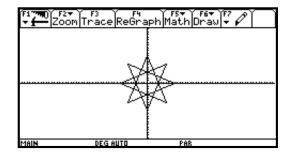


図 6:

疑問点(540°にしたら図ができなかった)に対して、自分で理由を考える姿勢が良いですね。理由は確かに君の考えた通りです。

小野 直紀 x の 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式は $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

もっと知りたくなり、3次方程式、4次方程式といろいろしてみた。

そしていきなり x の 10 次方程式 $ax^{10}+bx^9+cx^8+\cdots+ix^2+jx+k=0$ をしてみようと思った。 途中で挫折してしまい、 $ax^{10}+bx^9+cx^8=0$ でやめてしまった。しかしこれを解くと、 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ になった。不思議だ。

先生からの一言

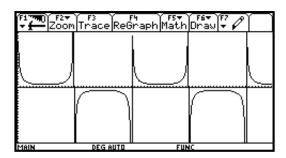
そりゃ、不思議ですね。それで理由はわかったの?

- 小林 丈浩 ullet 周期の違った式を足した式 $(y=\sin x+\cos 2x$ など) は必ずでこぼこになっていた。
 - $y = \sin x \cos x$ のグラフに対して、周期の違った式をかけた式 ($y = \sin x \times \cos 2x$ など) もまたでこぼこになった。
 - $y = \frac{1}{\sin x}$ と $y = \frac{1}{\sin^2 x}$ を描いてみた。後者は y 座標の値がすごく大きかった。

先生からの一言

周期の同じ式を足してもでこぼこにならないのに、周期の違う式を足すとでこぼこになるのというのはよい発見ですね。どんな場合もそうなのでしょうか?

後者はy 座標の値がすごく大きかった。とありますが、前者はそうではないのですか?



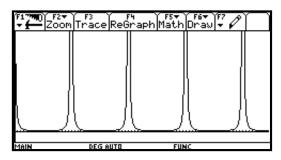


図 7:

池田祐之介 $y = \sin x + \cos x - \sin 2x \times \cos 2x$ を描かせた。なぜ上に行ったり下に行ったりでこぼこするのだろう。

また $y=\frac{\cos x}{\tan x}$ を描かせると漸近線があるけれど、 $\tan x$ のグラフとは違うグラフになった。 $y=\frac{\sin\frac{1}{2}x}{\tan x}-3\cos x$ を描かせると、変なグラフができた。

先生からの一言

2番目の漸近線のところだけれども、なぜ漸近線が現れるのかは理解しましたか?またこれ以外にちょっと気になることはありませんでしたか?本当に漸近線以外のところはつながっていましたか?table を見てみましょう。

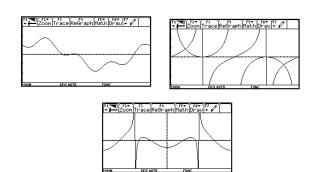
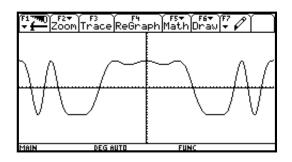


図 8:

田中義智 私が作った式の中でおもしろかったのは $y=\cos(x\times\cos x)$ である。このグラフは -90< x<90 のところで少しだけグラフがずれる。この \cos を \sin に変えてグラフを描くと、y=1 の部分が多い。しかし \cos では y=1 と見せかけて少しずれている。

なぜこうなるかを考えてみたが、 $x \times \cos x$ の値が x の小さい間は小さいからだ。



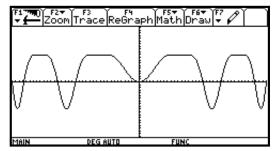


図 9:

先生からの一言

非常に細かい観察ですね。こういう観察は機械にグラフを描かせたからこそできるのですね。 人間技ではとてもここまでわからないでしょうね。理由も自分なりに考えている点がいいで すね。

林智行 [1] $\sin(\sin x)$ のグラフを xmin = -360, xmax = 360, xscl = 10, ymin = -0.02, ymax = 0.02 yscl = 1 で描かせた。

このグラフはやはり正弦曲線である。 $-0.17451 \leq \sin(\sin x) \leq 0.17451$ と値はかなり小さいが、 $\sin(\sin x)$ が最大、最小をとるときの x の値と $\sin x$ が最大、最小をとるときの x の値は変わらないことがわかった。それぞれ $90^\circ + 360 \times n$ $,-90^\circ + 360 \times n$ である。

- [2] $\sin^3 x$ $,\sin^7 x,\sin^{99} x$ を比較した。 $\sin x$ の値が 0.1 に近い x の値のときはほぼ計測不可能。しかし平均的な読みとりより、 $\sin^3 x$ も $\sin^7 x$ も $\sin^{99} x$ も、いずれも
 - $x = 90^{\circ} + 360n$ のとき最大値 1 をとり、
 - x = 180n のとき値 0 をとり、
 - $x = -90^{\circ} + 360n$ のとき最小値 -1 をとることでは共通である。

さらに $\sin^k x$ (k は自然数) で k が大きくなるにつれ、次のような特徴がある。

- (1) y = 1, y = -1 の付近でグラフの線は y 軸に平行に近くなっていく。
- (2) y=0 の近くで、グラフの線は x 軸と平行に近くなっていく。

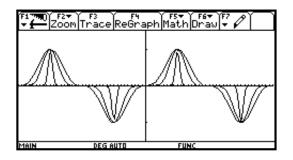


図 10:

ほぼ計測不可能という表現がありますが、グラフでは確かに計測不可能でしょう。しかし Table 機能を使えば、かなり正確な値がわかります。

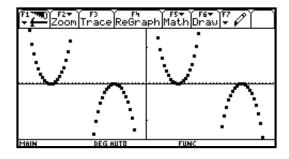
さらに平均的な読みとりにより、……とありますが、これもグラフを描いた画面で F5 を選び、この中の zero,minimum,maximum を利用すれば正確に求めることができます。

さらに……の (k は自然数) の部分は (k は奇数の整数) の誤りではありませんか?また、この部分の発見はよい発見です。ところでなぜグラフがこのようになるのか理由を考えてください。

久保田千尋 $\frac{\cos x}{\tan x}$ のグラフ

ここで $x = 90^\circ$ のとき $\tan 90^\circ$ の値はない。 つまり x 軸とは交わらない。

次に、 $\frac{\cos x}{\tan x} + \cos x$ とすると、放物線の頂点が右へ少しずれて形がいびつになる。 90° のとき頂点にならないので放物線の最大値、最小値がある。



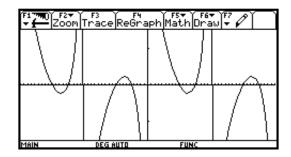


図 11:

先生からの一言

x 軸とは交わらない。...... この発見はすばらしい。

随所に「放物線」という言葉が書いてあるが、君の描かせたグラフは放物線ではありません。 よく似ていますがまったく別物です。きっとこの曲線にも名前が付いているのでしょう。私は 知りませんから、何か数学の事典で調べておいてください。

最後の1 行「 90° のとき頂点にならないので放物線の最大値、最小値がある。」という君の主張は間違っていると思います。やはり 90° のときの値はないと思いますが。

長谷川寛 [1] $y = \frac{1}{\sin x}$ のグラフを -20 < y < 20 で描かせてみた。

- [2] $y = \sin x$ と $y = \cos x \tan x$ は同じグラフであった。
- [3] $y = \sin x \cos x \tan x$ と $y = \sin^2 x$ のグラフは同じであった。

[2][3] の「同じであった」という部分ですが、本当でしょうか。同じように見えるが、実際はちょっと違うのかもしれませんよ。2 つのグラフを描かせた後、 Table を見てみましょう。 90 °のところに注意してください。

- 瀬戸直樹 [1] $y = \sin(\sin(\sin x))$ のグラフは、何も出てこない。
 - [2] $y = \cos(\cos(\cos x))$ のグラフは y の値が一定であった。
 - [3] $y = \sin x + \sin 2x$ のグラフには 180° ごとに大きな山と小さな谷か、小さな山と大きな谷がある。 へんな形であった。
 - [4] $y=\sin^2 x$ と $y=\frac{1}{\sin x}$ のグラフは $-270^\circ \le x \le -180^\circ$ や $0^\circ \le x \le 90^\circ$ などで接しているように見える。

先生からの一言

[1] について…… $y = \sin(\sin(\sin x)) + 1$ を描かせてごらん。おもしろいよ。

さらに window で $-360^\circ < x < 360^\circ$,0.998 < y < 1.002 ,yscl = 0.001 にして描かせて見よう。

[2] について..... 本当でしょうか。 mode で displaydigits を float12 にし、

window で 0.998 < y < 1.002 としてグラフを描かせた後、table を見ましょう。一定でないことがわかります。

[4] について..... 接していると思われる部分を zoom 機能で拡大してみましょう。 さらに table で 90°あたりを調べましょう。

尾川真也 $y=\frac{1}{\sin x}$ と $y=\frac{1}{\tan x}$ のグラフを描かせた。共に 0° や 180 °のとき $\sin x$ の値が 0 になるので、y の値がなく、漸近線が引かれるのがわかる。形は手裏剣のようでおもしろい。 $y=\sin x$ 、 $y=\tan x$ のときのグラフは形も全く違い共通点が全くなかったのに、共通点がでてきておもしろい。

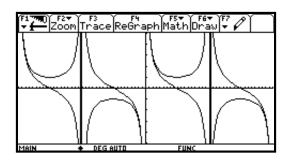


図 12:

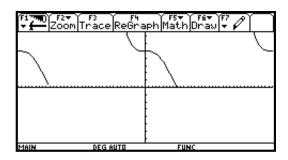
先生からの一言

君の描いた 2 つのグラフが接近しているあたりの様子は細かく見るとどうなっているのでしょう。 交わっているのでしょうか ? それとも ?? Table を調べてみるとか、F5 の math の中の機能を使ってそのことを探求してください。

上保 尚久 $y=a\sin(bx+c)+d$ の c は - がつくと x 軸を右方向にずれ、+ がつくと x 軸を左方向にずれる。a が増えると最高点、最小点とも大きくなる。b の値はグラフの周期を表している。つまり a の値が正で大きくなればなるほど、周期が短くなる。d の値が正ならべ、すべての y 座標が d=0 のときよりも d の分だけ上がる。また負のときは d の分だけ下がる。

c の影響についてですが、ずれる大きさはいくらでしょう。きちんと細かいところまで調べてください。例えば $y=a\sin(2x+30^\circ)+d$ のときは左右に何度ずれるのですか。

仲居祐一 $y = \cos x^{\sin x}$ 、 $y = \sin x^{\cos x}$ を描かせてみた。(ほかにも $\cos x^{\cos x}$ などいろいろ描かせています)



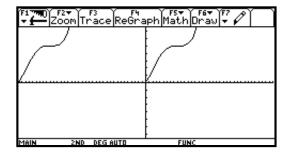


図 13:

上の2つのグラフは左右対称のグラフがでた。またグラフはすべて正または0である。

先生からの一言

左右対称とありますが、それは嘘でしょう。こういう形はなんという表現を使えばよいのでしょうね。

またなぜグラフがない部分があるのでしょう。その原因を追及してください。しかしおもしろ いグラフですね。

吉川隼人 $y=\sin x^2$ や $y=\sin x^3$ のグラフはギザギザになっている。 $y=\sin x^{10}$ にしたら、グラフがちょっとだけでて、 $y=\sin x^{100}$ にしたらグラフがなくなった。なぜだろう。

先生からの一言

このグラフ電卓では、関数の style は何も設定しないときは、点を直線で結んでグラフを描きます。

池田龍介 $\sum_{k=1}^{20}\sin(k\theta)$ のグラフはおもしろい形になった。これに $\sum_{k=1}^{20}-\sin(k\theta)$ を組み合わせて同時に描かせるとなかなか美しい。n の値をおおきくしてみればもっとおもしろくなるだろうが、ごちゃごちゃするのので、20 くらいが適当でよいだろう。たぶん波の個数は n に関係するのだろう。

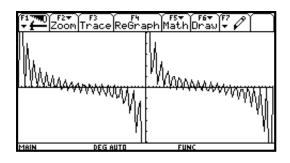


図 14:

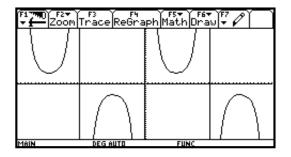
ぜひn を変化させたときのn の影響について調べてください。

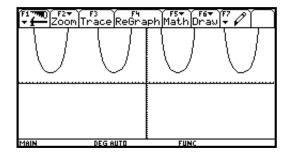
平等文雄 $\frac{1}{\sin x}, \frac{1}{\sin^2 x}, \frac{1}{\sin^2 x}, \cdots$ 、 $\frac{1}{\sin^k x}$ と調べていくと、n が奇数のときだけ、グラフに $\tan x$ のときに 現れた漸近線のようなものが現れた。だから n が奇数のときに $\tan x$ が式の中に含まれているのでは ないかと考えた。

$$\frac{1}{\sin^3 x} = \frac{\sin x}{\sin^4 x} = \tan x \times \frac{\cos x}{\sin^4 x}$$

ここで $\frac{\cos x}{\sin^4 x}$ のグラフを描いてみると漸近線のようなものは見えなかった。

 $\frac{1}{\sin x}$ を描いてみると、どこかで漸近線らしいものと接していたので、 $\frac{1}{\sin^3 x}$ や $\frac{1}{\sin^5 x}$ も接しているのかもしれない。





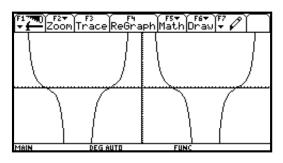


図 15:

先生からの一言

漸近線のようなものが……とありますが、漸近線とは一体何でしょう。style を line でなく dot にしてみましょう。君は漸近線とは、線としてグラフに現れるものだと思っているのかもしれませんが、漸近線はグラフそのものではありません。また $\frac{\cos x}{\sin^4 x}$ のグラフには漸近線がないと言ってますが、実は漸近線があります。もう一度グラフを隅々まで調べてください。

廣田雅人 $y = \sin x \cos x$ のグラフは $y = \sin x$ のグラフの値域と周期を半分にしたものになる。

$$y = \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{1}{2}\sin(x+x) = \frac{1}{2} \times 2\sin x \cos x = \sin x \cos x$$

11

 $y = \sin x \cos x \tan x$ のグラフは $y = 1 - \cos^2 x$ のグラフに似ている。

$$y = \sin x \cos x \tan x$$

$$= \sqrt{1 - \cos^2 x} \times \cos x \times \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$= \sqrt{1 - \cos^2 x} \times \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$= 1 - \cos^2 x$$

しかし $\cos x = 0$ のとき $y = \sin x \cos x \tan x$ の値はない。(他にもいろんなことを彼は発見していますが省略します)

先生からの一言

2 倍角の公式がわかりましたね。

 $\cos x = 0$ のとき $y = \sin x \cos x \tan x$ の値はない。とありますが、よくこのことに気がつきました。

吉村孝昌 $y = \sin x + \cos x$ について

- [1] x 軸との交点は、その近くの $\sin x$ と $\cos x$ が x 軸と交わる点の真ん中になる。
- $[2] \sin x と \cos x$ の最大値と最小値を通る。
- $[\mathbf{3}]\sin x$ と $\cos x$ の交点と同じ x 座標に最大値と最小値がある。

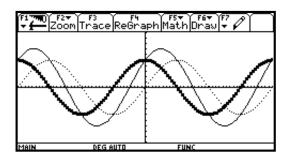


図 16:

先生からの一言

よく観察できています。君が見つけたことを論理的に説明できますか?すでに君は合成を習いましたね。それを使って、機械なしで上のことを確かめましょう。

西村浩伸 $y=\frac{1}{\sin x}$ のグラフで $\overline{\text{F5}}$ の zero で y=0 のときの x の値を見ようとしたら、No solution と出た。 最初はわからなかったが、 $-1 \le x \le 1$ だから $\frac{1}{\sin x}=0$ となる $\sin x$ の値がないからではないかと思った。

先生からの一言

F5 の zero とはよいものを見つけましたね。君の考えた理由も正しいですよ。

藪内 伸弥 $y = \cos x \times (-1)^x$ のグラフを -10 < x < 10 ,-2 < y < 2 で描かせてみた。 しかしグラフが表示されなかった。

そこで $y = x \times (-1)^x$ のグラフを -10 < x < 10 ,-10 < y < 10 で描かせてみた。やはりグラフが表示されなかった。

次に $y = (-1)^x$ のグラフを -10 < x < 10 ,-2 < y < 2 で描かせてみた。やはりグラフが表示されなかった。

結論として $(-1)^x$ が原因だと思う。

先生からの一言

そうです。君の予想は正しい。何か変なことが起こったら、その原因を探るのに、式を少しず つ単純にして、怪しい部分をしらべるという方法はすばらしい。

Home の画面で 2^x の x に色々な数値を代入して、その値を調べてみましょう。そのあと、今度は $(-1)^x$ の x に色々な数値を代入して、その値を調べてみましょう。何かに気がつくかもしれません。これは指数関数というものを学習したときに明らかになります。それまでにいるいる探求しておいてください。

渡辺 和明 $y = \sqrt{\sin x}$ のグラフを描くとなぜこんな形になるのだろう。 $\sin x < 0$ となるところで、グラフが描かれていない理由はわかるのですが。

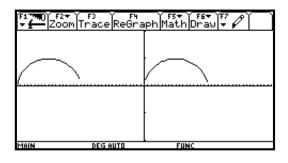


図 17:

先生からの一言

なぜこうなるのか、私にもわかりません。いろいろしてみましたが、table をみると、ちゃんと0°や180°のときは0になるはずですから、このあたりで切れているのはおかしいですね。

寺坂 直人 $y = a\sin(bx+c) + d$, $y = a\sin(bx+c) + d$ の a, b, c, d の影響について

- [1] a はグラフの上下する幅が大きくなる。
- [2] b はグラフが上下する回数が多くなる。
- [3] c その値だけ x 軸方向に移動する。(c>0 なら負の方向)
- [4] d はその値だけ y 軸方向に移動する。(d>0 なら正の方向)

これ以外に $\sin^2 x$ や $\sin^2 2x$ など 2 乗したグラフは x 軸より上にあった。また $\frac{1}{\sin x}$ はわけがわからないグラフになった。また $\sin x + \sin 2x$ は大きな山と小さな山が交互していた。

先生からの一言

c の影響は本当ですか。 $y = \sin(2x - 30^\circ)$ なら 30 °だけ右に移動していますか。

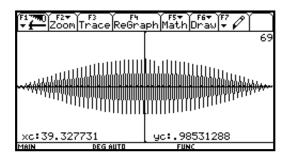
2 乗したグラフは x 軸より上にあったそうですが、このことは不思議ですか?あたりまえと思いますか?

 $\frac{1}{\sin x}$ のグラフがなぜこのようなグラフになるのかを考えましたか?今まで見たことのないようなグラフに出会って、ただ驚くだけなら進歩がない。すでに習った知識と結び併せて原因や理由を自分で探求しなくちゃ移管よ。君は $y=\frac{1}{x}$ のグラフは知ってますね。

- 前田 優介 $[1] \sin x$ でも $\cos x$ でも $\sin^{2n} x$, $\cos^{2n} x$ (n は整数) のグラフは y=0 以上に絶対ある。
 - $[\mathbf{2}] \; \{ \frac{1}{\sin x} \times \frac{1}{\cos x} \}^2$ のグラフの最大値はかなり莫大な数字になるのはどうしてだろう。
 - $[3] \frac{1}{\sin x}$ のグラフの棒線は何?

- [1] この理由はわかりますね?
- [2] 莫大な数になる理由はわかりませんか? $-1 \le \sin x \le 1$ ですね。ではその逆数は?
- [3] この機械では、点 (x,y) を計算して、その点を平面上にとって、それらを順に線で結んでいます。ですからこの変な線が見えます。 いやなら style を dot にしましょう。

加藤有樹 $xmin = -360^\circ$, $xmax = 360^\circ$, $xscl = 10^\circ$ のとき $y = \sin 30x$ と $y = \sin 360x$ では、 $y = \sin 360x$ の方が細かいグラフになりそうだけれども、 $y = \sin 30x$ の方が細かかった。



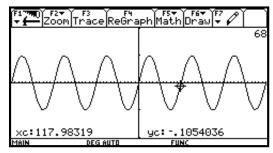


図 18:

先生からの一言

なぜでしょう $?y=\sin 30x$ の周期は 12 °、 $y=\sin 360x$ の周期は 1 °だから $y=\sin 360x$ の方が細かいはずですね。

window で -5 < x < 5, -50 < x < 50, -360 < x < 360 と 3 種類変えて見てみましょう。それでなぜ君が $y = \sin 30x$ の方が細かいと思ったのかを探求しなさい。もちろんグラフだけではなく、trace で点を動かしてみたり、table で値を観察してみたりして検討しなさい。

まとめ

今回は、初めて機械を使う人が多かったので、できるだけ多くの人のレポートを掲載しました。私の一言 も入れておきましたので、今後のレポートの参考にしてください。

グラフ電卓を使って数学を考える (mathematics thinking with technology) ときの注意点をまとめておきます。今後の探求の参考にしてください。

- [1] Activity では、趣旨に添って自由にしてみたいことをやる。自由な発想が数学を楽しくする。
- [2] Discussion では、隣の人の電卓をのぞいたり、おもしろい結果を人に教えたり、不思議なことを議論したり、自由に討論する。
- [3] ただ一通りのグラフの画面をみただけで早急に判断してはいけない。Window の数値を変えたり、Table を眺めたり、Home で計算したり、Math で正確な値をもとめたりしながら、どんどん詳しいことを調べていくこと。

- [4] これまでに知り得た知識をフルに活用し、不思議なことの原因を思考によっても探求する事。
- [5] Report では、「不思議だ」「なぜだろう」と感じたことに対して、自分が探求したことを詳しく(式はもちろん window の設定数値、画面の図、などを添えて)まとめること。「ただ不思議だ」だけでは、発展はありませんね。