Activity1 $\sin\theta$，$\cos\theta$，$\tan\theta$ を使った関数を適当に作って, そのグラフを描き，何か面白いことを探求しなさい。
もちろん，MODE は function でも，parametric でもいいし,degree でも radian でもよろしい。また足しても，引いても，かけても割っても，ルートをつけても，絶対値記号をつけても，何をしてもよろしい。やってみればきっと何か面白い事件に出くわすでしょう。

遊んでみて，面白い発見や，気になることがあれば，レポートしなさい。

1 レポート紹介

廬　君 $f(x)=-\dfrac{x^7}{7!}+\dfrac{x^5}{5!}-\dfrac{x^3}{3!}+x$ が $y=\sin\theta$ の形になるのでさらに，$\dfrac{x^9}{9!}$ を加えると $\sin\theta$ のグラフにより近づいた。

そこで $-\dfrac{x^{11}}{11!}$，$\dfrac{x^{13}}{13!}$，$-\dfrac{x^{15}}{15!}$，$\dfrac{x^{17}}{17!}$，$\cdots$ と増やし続けた結果，つぎのような結果が得られた。

$$\sin\left(\frac{180x}{\pi}\right)=x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}\cdots(-1)^n\frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}\cdots$$

（ただし n は 0 以上の整数）

また，$f(x)=-f(-x)$ になるので必ず奇関数になるようだ。

では奇数を偶数に置き換えるとどうなるかやってみた。

$$f'(x)=\frac{x^0}{0!}-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\frac{x^8}{8!}\cdots(-1)^n\frac{x^{2n}}{(2n)!}\cdots$$

電卓に描かせた結果 $f'(x)=\cos\left(\frac{180x}{\pi}\right)$ だった。

また $f'(x)=f'(-x)$ になるので必ず偶関数になる。

sin と cos がでたのだから，tan も出してみたが，式を簡単にできないので省略しておく。

では，なぜ $\dfrac{180}{\pi}x$ になるのだろうか?

π が入っているからラジアン角と関係があると思い, 設定をラジアンにすると $\sin\left(\frac{180}{\pi}\theta\right)=\sin x$ となった。（θ は 60 分法，x は弧度法）よって $1^\circ=\frac{\pi}{180}$ だとわかった。

感想 sin や cos を式であらわせるのはすごいが, それよりもこのような無限数列を記号 1 つで表せることに驚いた。, あた値域が $-1\leqq y\leqq 1$ に収まるのもすごい。微分法が楽しみだ。

渡辺君 $(\sin\theta\times\cos\theta\times\tan\theta)$ と $(-\dfrac{1}{2}\cos 2\theta+0.5)$ と $(\sin^2\theta)$ について

$(\sin\theta\times\cos\theta\times\tan\theta)$............①

$(-\frac{1}{2}\cos 2\theta + 0.5)$ ....②

$(\sin^2\theta)$............③ とする。

この3つはグラフを描けばだいたい同じである。だいたいというのは① は$\theta = 90° + 360° n, n \in Z$ のときは存在しないからだ。

ではこの3つが等しい理由について考えてみよう。

①と③においては，$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ を代入すれば同じとわかった。

次は②

$-\frac{1}{2}\cos 2\theta + 0.5 = -\frac{1}{2}(\cos 2\theta - 1) = -\frac{1}{2}(1 - 2\sin^2\theta - 1) = \sin^2\theta$

よって，② と③が等しくなり，この3つの式は等しいとわかる。

$\sin\cos\theta$ と $\frac{1}{2}\sin 2\theta$ もグラフは等しい。

$\frac{1}{2}\sin 2\theta = \frac{1}{2}(2\sin\theta\cos\theta) = \sin\theta\cos\theta$ よってあっさり解決。

$(\cos\theta\tan\theta)$ と $\sin\theta$ もグラフは等しい。これも $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ を代入して解決

$(\sin\theta\tan\theta$ は $\tan = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ と $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ を使って $\frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta}$ と表せる。

以上のことから三角関数の3つの組み合わせの積はすべて1つの三角関数で表せることがわかった。