

1 サケの保護問題

サケは川で生まれ、海で大きくなり、再び故郷の川に戻って子孫を残し、その一生を終える。

ここでは、話を単純にするために次のような状況を設定しよう。

川で生まれたサケの子供は、雪解け水に流されて海に下る。小さなサケにとってこの旅は非常に過酷な旅で、このとき 20 % (死亡率) のサケの稚魚は死亡する。

無事に海に下ったサケの子供は海でえさを食べ、大きく成長するが、海では天敵も多く、他の魚に食べられて死んでしまうことも多い。海で成長して無事に大きくなる確率は 90 % (成長率) である。

大きくなったサケは、故郷の川に戻る。立派に成長して川を遡るのである。しかしこの旅も過酷なもので 5 % (危険率) のサケは途中で命を落とす。うまく上流に帰着いたサケは 1 匹あたり、10000 個の卵を生むが、このうち翌年に稚魚になるのはわずか 0.02 % (孵化率) である。もちろん卵を産んだサケはその後に死んでしまって一生を終える。

モデルとしては、生まれた子供が海に下るのに 1 年間、海で大きくなるのに 1 年間、再び川に戻って産卵するのに 1 年間かかるとしよう。

こうすると、川を下って海に到着したサケ $\{a_n\}$ と、海で 1 年間成長したサケ $\{b_n\}$ と、川を無事に上がって上流に到着したサケ $\{c_n\}$ の 3 種類のサケに分類できる。

まず手作業で次の表を埋めてみよう。

	1 年目	2 年目	3 年目	4 年目	5 年目	6 年目	7 年目	8 年目
$\{a_n\}$	100							
$\{b_n\}$	100							
$\{c_n\}$	100							

表 1: サケの数量の変化

このサケの数量の変化をグラフ電卓で調べよう。

次のような漸化式ができるであろう。

$$a_n = 0.95c_{n-1} \times 10000 \times 0.0002$$

$$b_n = 0.8a_{n-1}$$

$$c_n = 0.9b_{n-1}$$

- $Y=$ を選び、 $MODE$ で Graph を Sequence (数列) に設定する。
- 漸化式 (図 1 参照) を入力する。
- $tblset$ を選び、 $tblstart=1$, $\Delta tbl = 1$ に設定する。
- $Table$ でそれぞれの世代のサケの個体数の変化の様子が表示される。(図 2 参照)
- このテーブルをグラフにしてみよう。 $Y=$ に戻り、 $F6$ で 3 種類のサケ (川を下るサケ、海のサケ、川を上るサケ) に異なる style を設定する。
- $Window$ でグラフを描かせる範囲を設定する。

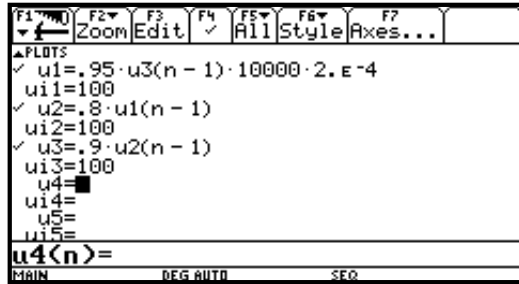


図 1: 漸化式の入力



図 2: サケの数量変化

Activity

川を下るときの死亡率が 40 %、海での成長率が 70 % に変わったとき、100 年間のサケの個体数の変化を調べよ。

Activity

最初は川を下るときの死亡率が 30 %、海での成長率が 80 %、川を上るときの危険率は 5 % であったが、20 年後には自然が破壊され、コンクリートの堰堤ができたために、サケが川を上るときに危険率は 20 % になった。この様子をグラフで表現しよう。

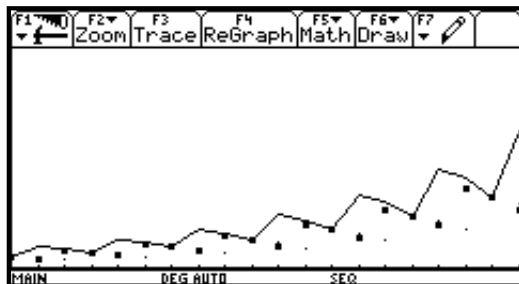


図 3: 3 種類のサケの変化グラフ

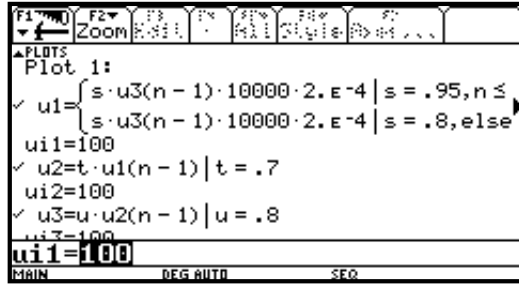


図 4: 場合わけの入力

Discussion

このサケのモデルにおいて、死亡率、生存率、成長率、孵化率は様々な条件（自然条件、人為的条件）によって変化する。これらの値を様々に変化させてサケの全体量がほぼ一定を保つための条件を論議せよ。

2 クジラとオキアミの関係

クジラはオキアミを食べて生きている。だからクジラの増減はオキアミの量に影響される。

クジラの自然減少率は毎年 3% であり、食料のオキアミを食べることによって増加することができるが、その増加率はオキアミの量 $\times 0.0002$ である。

一方オキアミは無尽蔵といわれるプランクトンを食べて増加する率は毎年 5% であるが、クジラに食べられて減少する。このオキアミの減少率はクジラの量に影響するわけで、これがクジラの量 $\times 0.001$ である。

以上の設定モデルでクジラとオキアミの数量の関係は次のようになる。

a_n をある年のオキアミの量（単位億トン）、 b_n をその年のクジラの量（単位 百頭）とする。

$$a_n = a_{n-1} + 0.05a_{n-1} - 0.001 \times b_{n-1} \times a_{n-1}$$

$$b_n = b_{n-1} - 0.03b_{n-1} + 0.0002 \times a_{n-1} \times b_{n-1}$$

$$a_1 = 300$$

$$b_1 = 100$$

Activity

各種の設定を行って、クジラとオキアミの今後 400 年間の様子を調べよ。

今までは、グラフは横軸が年で縦軸がサケやクジラやオキアミの量であった。ちょっと面白いグラフを紹介しよう。

$Y =$ で $F7$ を選び、図のように設定する。これで横軸がオキアミの量、縦軸がクジラの量となる。

$Window$ を適当な数値に設定し、グラフを描かせてみよう。

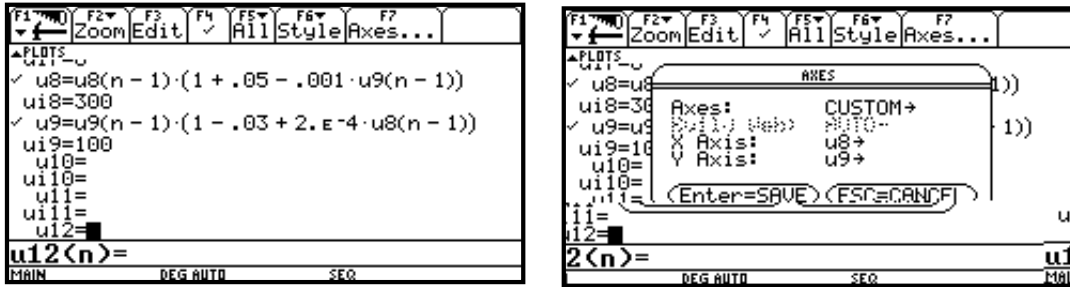


図 5:

Discussion

400 年位の長いスパンでクジラとオキアミの関係をみてどのようなことを感じるか？
 日本人があるとき大量のオキアミをハマチの養殖用のえさとしてとってしまった。同じ量のオキアミを取っても、それを取った時期によっては自然界に多大な影響を与える。このことの意味を考えよう。

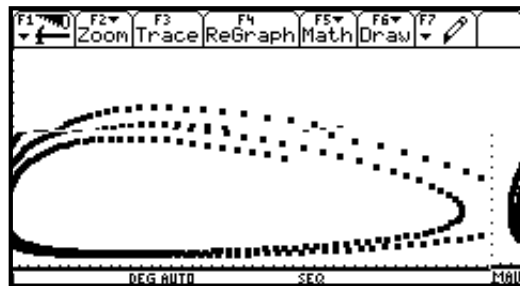


図 6:

3 無理数の近似値

長方形 ABCD がある。この面積が 2 であるとしよう。この長方形の横を少し短くして、縦を少し長くして面積は同じであるように変形していくことを考える。

この操作を続けると、長方形はだんだん正方形に近づいていき、面積はいつも 2 なので結局、長方形の 1 辺の長さは $\sqrt{2}$ に近づくでしょう。

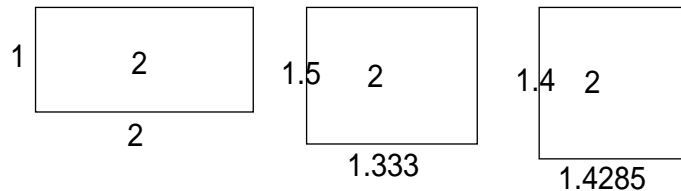


図 7:

ただし、適当に縦を長くしていたのでは、計算に規則性がありませんから、縦と横の平均をとって、その長さに縦がなるように操作します。

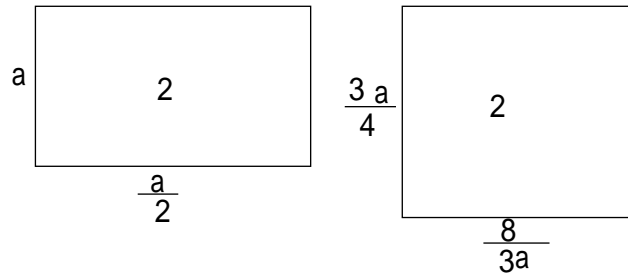


図 8:

Activity

ある長方形の縦の長さを a_{n-1} , 次の長方形の縦の長さを a_n として、 a_n と a_{n-1} の関係を示す漸化式をつくり、これをもとに $\sqrt{2}$ の近似値を計算せよ。