

ケプラーの法則

世の中には、何の関係もなさそうに見えるものの間に、実は美しい関係が隠れていることが多い。

ギリシャ時代には、惑星も太陽も地球を中心とする円運動をするという天動説が唱えられた。ところが16世紀になってコペルニクス（ポーランド 1473～1543）は、地球も惑星も太陽を中心に円運動をするという地動説を唱えた。ティコブラーエ（デンマーク 1546～1601）は、望遠鏡のない時代に精密な天体観測を長年行ったが、彼の晩年の助手になったケプラー（ドイツ 1574～1630）は、その観測資料の整理を続け、その結果惑星が楕円軌道を行なうことに気づいて、次の結論を得た。（1609、1619）

- [1] 惑星は太陽を一つの焦点とする楕円上を運動する。
- [2] 惑星と太陽とを結ぶ線分が一定時間を通して面積は一定である。
- [3] 惑星の公転周期 T の 2 乗は、軌道楕円の半長軸 a の 3 乗に比例する。つまり $T^2 = ka^3$

これをケプラーの法則という。

当時知られていた惑星に関するデータは以下の通りである。

惑星	英名	公転周期（年）	軌道半長軸（天文単位）
水星	mercury	0.241	0.387
金星	venus	0.615	0.723
地球	earth	1	1
火星	mars	1.88	1.52
木星	jupiter	11.9	5.20
土星	saturn	29.5	9.55

表 1: 公転周期と軌道半長軸の長さ、1 天文単位 = $1.50 \times 10^{11}m$

グラフ電卓を使って、ケプラーの第 3 法則を調べてみよう。

- **APPS** で 6 : data/matrix/editor を選び、カーソルを右に押して、その中の **New** を選択する。新しいデータ用の表に名前を付けるように指示してきますので、適当に名前をつけましょう。
- **F1** **format** で cell width を 8 くらいにする。
- name, T, a のタイトルを入れ、数値を入力していく。

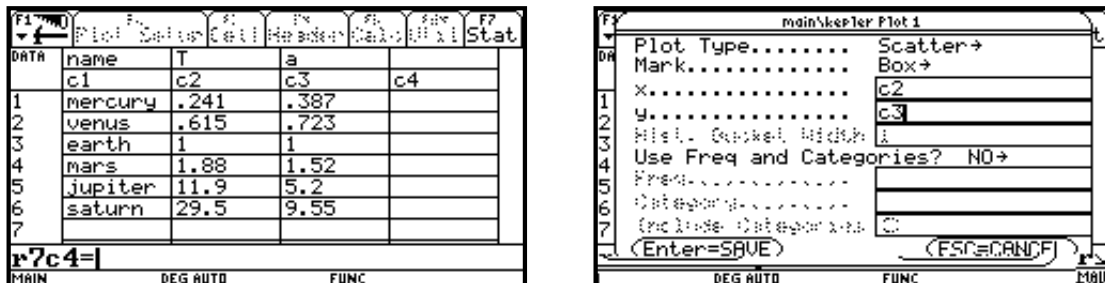


図 1:

- **F2** を選び、Plot 画面で **F1** を選ぶ。 x と y を指定する。
- **Window** でデータをグラフに表す範囲を指定する。
- **Graph** でデータがグラフになる。

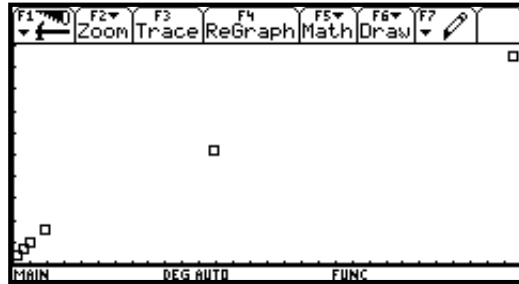


図 2:

Discussion

惑星の公転周期と半長軸の長さとの間には何か関係があると思うか??

- 再び **APPS** で data/matrix/editor に戻り、表の **c4** に $c2^2$ と入力してみよう。
- 表の **c5** に $c3^3$ と入力してみよう。
- 表の $c4$ $c5$ の値を比較しよう。

	name	T	a	
	c1	c2	c3	c4
1	mercury	.241	.387	.0581
2	venus	.615	.723	.3782
3	earth	1	1	1
4	mars	1.88	1.52	3.534
5	jupiter	11.9	5.2	141.6
6	saturn	29.5	9.55	870.3
7				

図 3:

- data/matrix/editor の画面で **F5** を選択し、3:cubic を選択し、(3:cubic は点の関係を 3 次関数 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ で近似します) x に $c2$ を、 y に $c3$ を指定し、次の store を $y1(x)$ にして、**enter** を押す。データの点を通る、3 次関数が表れ、それが **Y=** に書き込まれていることがわかるでしょう。**Graph** を押すと、データの点を通るグラフが描かれます。

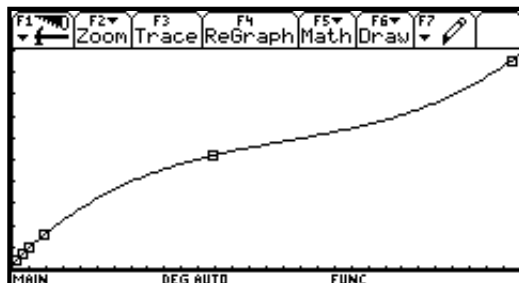


図 4:

- data/matrix/editor の画面で **F5** を選択し、4:power を選択し、(power は点の関係を関数 $y = a \times x^b$ で近似します) x に $c2$ を、 y に $c3$ を指定し、次の store を $y2(x)$ にして、**enter** を押す。データ

の点を通る、関数式が表れ、それが $Y=$ に書き込まれていることがわかるでしょう。Graph を押すと、データの点を通るグラフが描かれます。

Discussion

あなたは、上で得られた 2 つの関係式のうち、どちらがこれら惑星の公転周期と半長軸の長さの関係として適していると思いますか。

ケプラーの死後、さらに 3 つの惑星が確認されました。それは天王星、海王星、冥王星です。これらのデータは次の通りです。

惑星	英名	公転周期 (年)	軌道半長軸 (天文単位)
天王星	Uranus	84.0	19.2
海王星	Neptune	165	30.1
冥王星	Pluto	248	39.5

表 2: 公転周期と軌道半長軸の長さ、1 天文単位 = $1.50 \times 10^{11} m$

Activity

これらのデータを入力し、最も適する近似関係を探し出せ。

Activity

惑星の太陽からの平均距離Hと、その表面温度Kは以下のようになっている。HとKの関係を調査せよ。

惑星	英名	平均距離 (100 万 Km)	表面温度 (Kelvin)
水星	mercury	57.9	373
金星	venus	108.2	753
地球	earth	149.6	295
火星	mars	227.9	250
木星	jupiter	778.3	123
土星	saturn	1427.0	93
天王星	Uranus	2869.6	63
海王星	Neptune	4496.6	53
冥王星	Pluto	5899.9	43

表 3: 太陽からの平均距離と表面温度