

1 打ち上げ花火

Activity

TI-92 の画面に、打ち上げ花火を描かせよ。

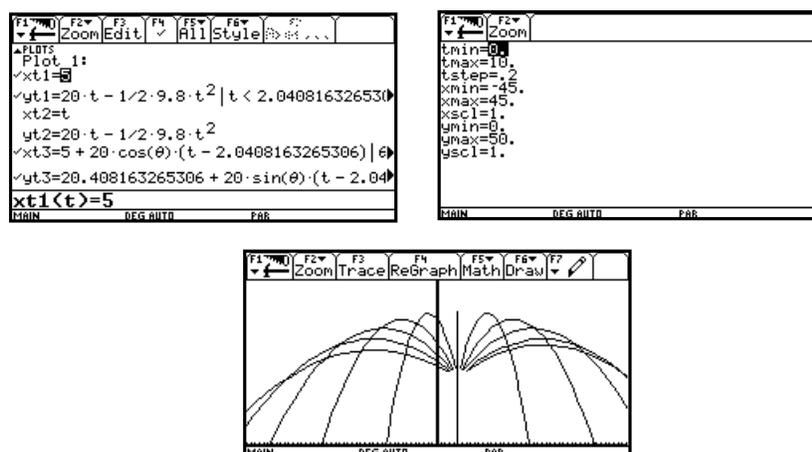


図 1: 打ち上げ花火

生徒のレポート

その 1

花火のシミュレーションを作るのに、花火を打ち上げること、爆発させることの 2 つのステップを考えなければならない。このとき一般的に考えられるのは、打上を $T = 0$ として、爆発のときの t 、 x 、 y 、にそれぞれあわせるようにして爆発後のラインを計算する。

しかしこれでは、計算が複雑になり、また y_t に垂直投げ上げの式を x_t に等速度運動の式を入れたものでは単純になって面白い花火にはならない。

そこで、爆発の瞬間を $t = 0$ として考えてみる。すると打上のときは正確な位置を定められないとしても、爆発のときの座標は任意に定めることができる。

よって爆発点の座標を $(15, 15)$ とすると、(初速は適当)

$$x_t = 15$$

$$y_t = 19.6t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 + 15 \mid t \leq 0 \text{ and } t \geq -0.6$$

となる。その後の爆発は $T = 0$ のときより後の式を考えればよいので

$$x_t = v_0 \cos \theta \times t + 15 \quad \mid \quad t > 0$$

$$y_t = v_0 \sin \theta \times t - \frac{1}{2} \times 9.8 \times t^2 + 15$$

となる。 v_0 は具合をみて調節する。

彼の作品のデータは次のようになっている。

$$\text{Animate : } xt12 = 15 \quad yt12 = 19.6 * t - 1/2 * (9.8) * t^2 + 15 \mid t \leq 0$$

$$\text{Line : } xt13 = 5 * \cos(45) * t + 15 \mid t > 0 \quad yt13 = 5 * \sin(45) * t - 1/2 * (9.8) * t^2 + 15$$

$$\text{Line : } xt14 = 3 * \cos(30) * t + 15 \mid t > 0 \quad yt14 = 3 * \sin(30) * t - 1/2 * (9.8) * t^2 + 15$$

$$\text{Line : } xt15 = 7 * \cos(60) * t + 15 \mid t > 0 \quad yt15 = 7 * \sin(60) * t - 1/2 * (9.8) * t^2 + 15$$

$$\text{Line : } xt16 = 9 * \cos(75) * t + 15 \mid t > 0 \quad yt16 = 9 * \sin(75) * t - 1/2 * (9.8) * t^2 + 15$$

$$\text{Line : } xt17 = 10 * \cos(85) * t + 15 \mid t > 0 \quad yt17 = 10 * \sin(85) * t - 1/2 * (9.8) * t^2 + 15$$

$$\text{Line : } xt18 = 5 * \cos(45) * -t + 15 \mid t > 0 \quad yt18 = 5 * \sin(45) * t - 1/2 * (9.8) * t^2 + 15$$

$$\text{Line : } xt19 = 3 * \cos(30) * -t + 15 \mid t > 0 \quad yt19 = 3 * \sin(30) * t - 1/2 * (9.8) * t^2 + 15$$

以下省略

さらに、2段式の花火も作ってみた。それで次のような式を考えた。(2段目の爆発の時間を T とする。)

$$x_t = v_0 \cos \theta \times (t - T) + x \mid t > T$$

$$y_t = v_0 \sin \theta \times (t - T) - \frac{1}{2} \times 908 \times t^2 + y$$

(x, y は爆発地点)

このデータは次のようになっている。

$$\text{Animate : } xt1 = 25 \quad yt1 = 19.6 * t - 1/2 * (9.8) * t^2 \mid t \leq 1$$

$$\text{Path : } xt2 = 3 * t + 22 \quad yt2 = 19.6 * t - 1/2 * (9.8) * t^2 \mid 1 \geq t \text{ and } t \leq 3$$

$$\text{Path : } xt13 = -3 * t + 28 \quad yt3 = 19.6 * t - 1/2 * (9.8) * t^2 \mid 1 \geq t \text{ and } t \leq 3$$

$$\text{Line : } xt5 = v * \cos(\theta)(t - 3) + 31 \mid t \geq 3 \text{ and } v = 4 \text{ and } \theta = 60$$

$$yt5 = v * \sin(\theta)(t - 3) - 1/2 * (9.8) * (t - 3)^2 + 14.7 \mid v = 4 \text{ and } \theta = 60$$

$$\text{Line : } xt6 = \cos(\theta)(t - 3) + 31 \mid t \geq 3 \text{ and } v = 4 \text{ and } \theta = 120$$

$$yt6 = v * \sin(\theta)(t - 3) - 1/2 * (9.8) * (t - 3)^2 + 14.7 \mid v = 4 \text{ and } \theta = 120$$

あとは角度だけを変えたものが並ぶ

$$\text{Line : } xt15 = v * \cos(\theta)(t - 3) + 19; \mid t \geq 3 \text{ and } v = 4 \text{ and } \theta = 60$$

$$yt15 = v * \sin(\theta)(t - 3) - 1/2 * (9.8) * (t - 3)^2 + 14.7 \mid v = 4 \text{ and } \theta = 60$$

$$\text{Line : } xt16 = \cos(\theta)(t - 3) + 19 \mid t \geq 3 \text{ and } v = 4 \text{ and } \theta = 120$$

$$yt16 = v * \sin(\theta)(t - 3) - 1/2 * (9.8) * (t - 3)^2 + 14.7 \mid v = 4 \text{ and } \theta = 120$$

あとは角度だけを変えたものが並ぶ

その2

20 m離れた所から打ち上げることにした。(原点からだと y 軸と重なって判りにくいので) 初速度は 20m/s とする。これで打ち上げるのは

$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 20t - \frac{1}{2}rt^2 \end{cases}$$

打ち上げたものが一番上に来たときに、たくさんの斜方投射をしたいので。打ち上げたものが一番上に来たときの高さを求める。それを求めるには、一番上に着たときの時間を求めて、 $y =$ の式にその時間を代

入したら高さがわかる。一番上に着たときの時間はまず地面に着いたときの時間を求めてその時間の半分で求められる。(これは物理の時間に習った)

$$20t - \frac{1}{2}gt^2 = 0 \text{ より } t = 4.08163 \text{ort} = 0$$
$$\frac{4.08163}{2} = 2.04082$$
$$20 \times 2.04082 - \frac{1}{2}g(2.04082)^2 = 20.4082$$

次に斜方投射をする。その基本的な式は「 x の式に 20 をたして、 y の式に 20.4082 をたす。そして一番上にきたときから斜方投射をしたいので、 t を $(t - 2.04082)$ にして、時間に負はないので、範囲を $t \geq 2.04082$ にする。速度を $10m/s$ とすると

$$\begin{cases} x = 10 \cos(\theta)(t - 2.04082) + 20 \\ y = 10 \sin(\theta)(t - 2.04082) - \frac{1}{2}g(t - 2.04082)^2 + 20.4082 | t \geq 2.04082 \end{cases}$$

角度をいろいろ変えて、たくさんの放物線を描く。きれいな斜方投射をするためには、左右対称に斜方投射すればよい。あとすべてを投げ上げるのは面白くないので、投げ下げる形にするために「角度を負にする」

打ち上げたものと斜方投射したものは違う表示の仕方ができるので、打ち上げるのは animation にして、範囲は $t \leq 2.04082$ にする。

その3

- 他人の作品をみて判ったこと。上がっていく火のかたまり、きれいに流れていく様子は Path, line が適している。それぞれの初速度を変えてみるといっそう花火らしく見えた。角度は 30° 、 40° と順に設定していけばできるが、左右対称ということで、時間をマイナスにしたり、上下対称ということでマイナスの角度をつくるという大胆でユニークな意見を聞くことができた。発想豊かだと思った。