

1 BASE BALL

前節で物体を斜めに投げ上げたときの、 t 秒後の位置を表す式について考えた。

野球で、バッターがボールを打つと、ボールは空気の抵抗や球の回転などを無視すると、ボールはこの式に従って飛んで行く。また投手が投げたボールも同様にこの式に従って捕手に向かって進んで行く。

この式は、座標 (x, y) がともに、時間 t の関数として表されているが、 t を消去して、我々が慣れ親しんでいる放物線の式（2 次関数）に変えてみよう。

HOME の画面に基になる式を入力する。

$$\begin{cases} x = v \times \cos \theta \times t \\ y = v \times \sin \theta \times t - \frac{1}{2} \times g \times t^2 \end{cases} \quad (1)$$

F2 :Solve で最初の式を t について解く。（前回の復習）

これを 2 番目の式に代入する。（前回の復習）

これで、 $y = \frac{-4.9 \times x^2}{(\cos \theta)^2 \times v^2} + \tan \theta \times x$ という関係式が導かれる。

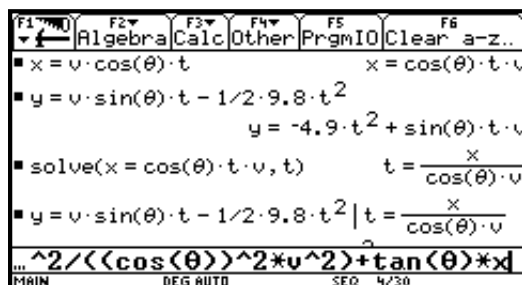


図 1:

これで、確かに 2 次関数になった。

Activity

- [1] このボールの飛距離を求めてみよう。
- [2] 初速を一定とする場合、最も遠くまでボールを飛ばすには、角 θ をいくりにすればよいか。
- [3] 投げ上げの角度と飛距離を表す関数のグラフは放物線か？
- [4] 甲子園球場はホームベースから両翼 96m、センター方向 120m でホームランになる。では訓練を積んで 45° の角度で常にボールを打つことができるようになった打者が 120m 級のホームランを打つためには、初速を秒速何メートルで打てばよいだろうか。グラフで調べる、計算で調べる、表で調べるの 3 通りの方法で調べてみよう。

Mode で Graph を Function に設定し、Y= で式を入力し、Window を適当に設定して、グラフを描かせよう。初速は各自でいろいろと変化させて調べてみよう。

- グラフの画面で F3 trace を使って、飛距離が最大になるときの角度を調べる方法

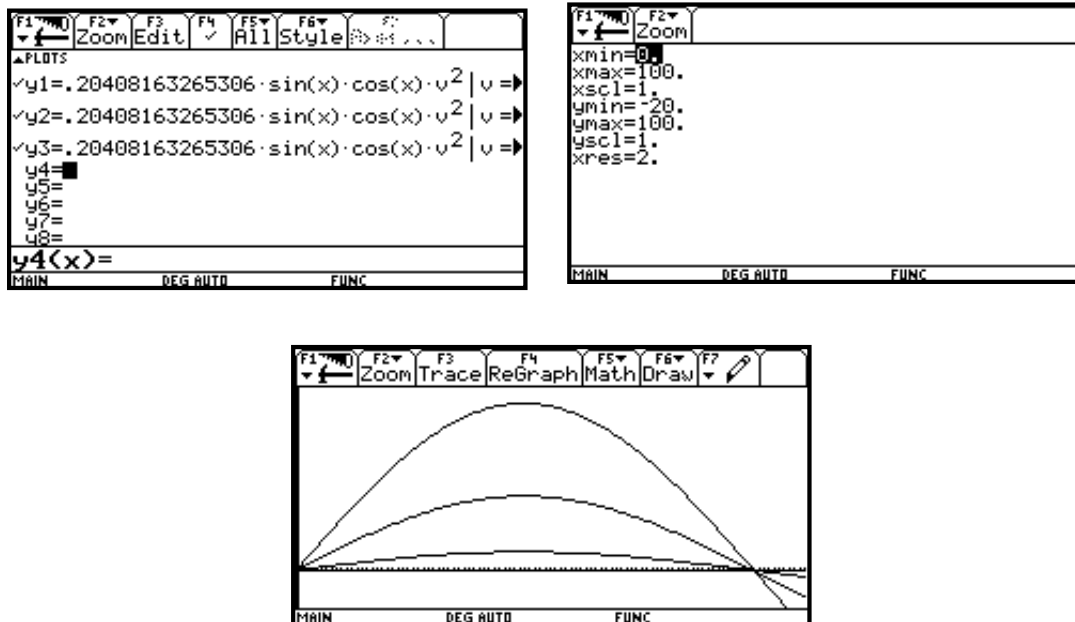


図 2:

- グラフの画面で、F5 MATH の MAXimum を選択し、Upper と Lower を指定して飛距離が最大になるときの角度を調べる方法

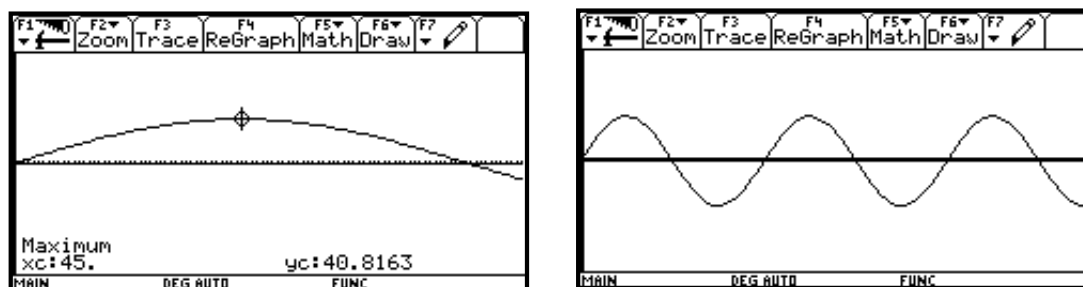


図 3:

初速がいくらであっても、投げるときの角度が 45° のときが、飛距離は最大であることがわかった。

2 剛速球

Activity

野球のピッチャーマウンドからホームベースまでは約 18.3 mある。時速 150km で球を投げる投手のボールをシミュレートせよ。

——生徒のノートより——

$$y = \frac{-4.9x^2}{(\cos \theta)^2 v^2} + \tan \theta \times x$$

この式に水平に投げるので $\theta = 0^{circ}$, また時速 150 kmを秒速何mに直すと $\frac{150 \times 1000}{60 \times 60} = \frac{125}{3}$,
ピッチャーの身長を 180 cmとして数値を代入すると

$$y = 1.8 + \frac{-4.9x^2}{(\cos 0^\circ)^2 \times (\frac{125}{3})^2} + \tan 0^\circ \times x$$

最後に window で xmax を 18.3 にする。

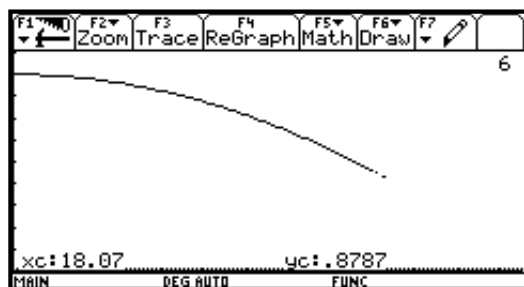


図 4:

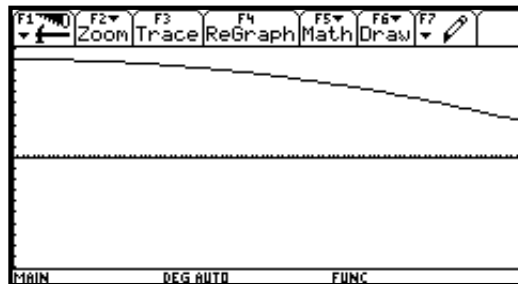
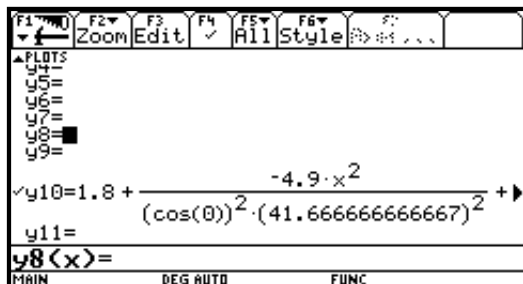


図 5:

Discussion

- ピッチャーマウンドはなぜ高くしてあるか。
- 公庄先生が甲子園でマウンドからボールを投げてバッターボックスまで球が届くためにはどうすればよいか。彼は時速 50 km でしかボールを投げられないのである。

——生徒のノートより——

$$50km/h = \frac{50 \times 1000}{60 \times 60} = \frac{125}{9} m/s$$

$$y = 1.8 + \frac{-4.9x^2}{(\cos \theta)^2 \times v^2} + \tan \theta \times x$$

この式に $r = \frac{125}{9}$, $x = 18.3$, $y = 0$ を代入して方程式を解かせると $\theta = 59.2777$ or $\theta = 25.1047$ ここで

$$y = 1.8 + \frac{-4.9x^2}{(\cos 25.1047)^2 \times (\frac{125}{9})^2} + \tan 25.1047 \times x$$

$$y = 1.8 + \frac{-4.9x^2}{(\cos 59.2777)^2 \times (\frac{125}{9})^2} + \tan 59.2777 \times x$$

のグラフを描かせるとうまく届いた。

次にこの θ に 20° 、 40° 、 70° などを代入してグラフを描いてみる。

これで公庄先生は投げる角度を水平方向から 25.1047° 以上 59.2777° 以下で投げれば球が届かせることができる。

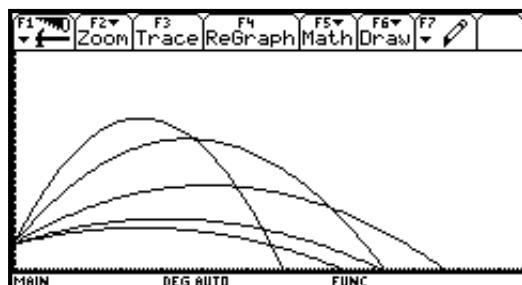


図 6: