オハイオ州立大学でのT^3報告

公庄庸三

平成 10 年 9 月 14 日

1　T^3 とはどういう会議か？

T^3　は Teachers Teaching with Technology の略である。1987 年にアメリカオハイオ州立大学の Bert.Waits 教授と Franklin Demana 教授がグラフ電卓による高等学校数学の授業を試みた頃から始まり、それが急速に発展し、1992 年に中学・高校の教師を含めたグループによる本格的な研究会が組織され、T^3 という名がつけられたのです。

当時 technology と言えばコンピュータでした。しかし価格の高さ、ソフトウエアーの不十分さ、コンピュータ教室への移動、機器の台数と学生数の不釣り合いなどに多くの教師は疑問をもっていたようです。

これを改善し、すべての学生がいつも technology の恩恵を受けられるように彼らは努力をしたのである。

現在アメリカではグラフ電卓の活用がたいへんな勢いで進んでいます。教師から生徒への一方通行的な知識伝達型の伝統的授業ではなく、生徒が主体的に学習する数学が根づいてきています。アメリカではついに 2 つの州政府が予算措置を講じ、州内のすべての小・中・高生徒に無償でグラフ電卓を持たせるところまできています。

T^3Japan 第 2 回年会発表冊子にある渡辺　信氏（東海大学）の文章中に次のようなくだりがある。「技術の発展がそのまま学問の発展につながってきた歴史がある。天文学が発展したきっかけは、ガリレオが望遠鏡を作ったことに始まる。肉眼でみていた天文観察には限界があった。月の世界には「うさぎ」がいると思ったのは肉眼の世界であり、空想の世界である。生物学も「むしめがね」での観察から「顕微鏡」へと技術が進歩し、博物学的生物学から物理学的生物学へと変革していったがこれも技術の寄与なくしては考えられないことである。「むしめがね」「望遠鏡」に対応する技術として数学は何を持っているか？数学は「紙と鉛筆」だけあれば、どんなことでも作り上げられてきたと考えられてきた。数学を大きく見ることは、数学的訓練をしたきわめて少ない人間が頭の中で見ているにすぎない。計算のための道具としては「そろばん・計算尺」が使われてきたが、数学学問発展のための「むしめがね」ではなかった。」

一般の人々も数学を大きく見る道具を持つことができるようになった今こそ、数学教育への technology　の活用が多いに研究されるべきである。

2　会議の内容

この会議には世界各地から多くの教育者が招待された。国籍はオーストリア・フランス・イングランド・ハンガリー・スペイン・ポルトガル・コロンビア・メキシコ・ポーランド・コスタリカ・プエルトリコ・スウェーデン・ドイツ・韓国・シンガポール・スロベニア・香港・オーストラリア・デンマーク・ブラジル・中国・カナダ・バージン諸島・スイス・ベルギー・オランダ・チェコ・日本・イタリア・スコットランドで総勢 100 名ほどが招待されていた。参加者はだいたいがその国の数学教育会や政府の教育関係の若き指導者であった。特にアジアの参加者（日本を除く）は、国内では算数・数学のカリキュラム編成や文教予算などに関してかなりの権限を持っている人達の参加が多く、「これから国を動かすぞ」という積極的な態度が印象的であった。

会議は IM-92(integrated mathematics on the TI-92) ,CAE-Calc(Computer Algebra Enhanced Calculas) , AnalytGeo,Pre-Service Pilot Meets,Chem/Bio の 5 つの分科会に別れて行われ、各人がそれぞれ興味のある会議に参加をする形式である。

開催は 7 月 19 日から 7 月 24 日までの 6 日間で、連日朝 8 時から夕刻 5 時まで、tea break と lunch をはさんで、延々と続いた。もちろん話はすべて英語なので、最初は半分も聞き取れないが、2 日ほど経つと、英語を母国語とする人以外の英語がかなり理解できるようになり、最後まで楽しく会議に参加することができた。もちろん最初から最後まで日本の会議のようにしゃべりつづけというわけではなく、T^3 の精神を生かして、かなりの実習が含まれているので私でも参加できたのである。

発表の内容は、それぞれの現場で行っている technology　を用いた授業実践の報告とその Demo および追体験であって、これらの実用的な報告書を段ボール箱一杯の資料として持ち帰ってきた。現在毎日それを読んで自分のものにしようと勉強中である。

3　特に感じた事柄

日本の数学の授業と大きく異なる点は以下の 2 点である。問いかけはいわゆる「問題」という雰囲気ではなく、「ACTIVITY」というタイトルであること。たいていの「ACTIVITY」の最後には「DISCUSSION」という部分があること。日本では、講義と練習が主であるため、生徒の活動は受け身であり、授業中は静かに先生の話を聞くことが美徳とされているのに対して、「活動」と「討論」が重んじられているのである。

この「ACTIVITY」は非常に現実的、日常的な事柄を取り扱っている点も特徴である。

例えば、電卓を高校生に持たせると、日本では「計算力が落ちる」という批判が多いであろう。確かに日本の教科書に載ってる問題を電卓で解くと計算力が落ちるかもしれない。それは、日本の教科書の問題は手作業で解ける問題しか載っていないし、さらに答えがでればそれで目的達成の場合が多いのだから、電卓で答えを出してしまうとそれだけですべてが終わってしまうのです。すると生徒は何も思考をしていないことになるから確かに計算力がは落ちるでしょう。

また、二次関数の学習は、その大部分が「グラフを書く」ことが最終目標になっている学校が多い

ので、もしグラフ電卓で直ちにグラフが書けてしまうことになると、目標を達成したことになってしまってすることがなくなってしまうわけです。3 次関数もしかり、いろいろな関数もしかりである。

ところで、教科書に載っているような「きれいな答えになる」数学的対象など、現実世界にどれほどあるでしょう。

極端に言えば、日本の数学教育は、手計算で、紙と鉛筆で解ける問題を解くことしかしていないのです。生徒達に数学がどのように役立つかを示せていないのです。あえて効果を言えば「入試に役立つ」だけなのです。

具体的な「ACTIVITY」で説明しましょう。

A cone is made by cutting a sector out of a circular piece of paper and fastening together the seams of the resulting piece. The radius of the circular paper is 1. Find the arc of the sector that is cut out so that the volume of the cone is 0.25.

クリスマスにかぶるとんがり帽子は円板から扇形を取り除いたものを張り合わせればできます。このとんがり帽子の円すいの体積が 0.25 で、元の円の半径が 1 だとすると、切り取った扇形の弧の長さはいくらになるかという意味です。

円から切り取る弧の長さを x とすると、求める x は、方程式 $\frac{(x-2\pi)^2\sqrt{-x(x-4\pi)}}{24\pi^2}=0.25$ を解けばよいのです。

さて、高校の先生方、手計算で解いてみましょう。私は途中であきらめました。

こんな子供の工作の世界にでてくるような現実的な問題すら解けないのです。

グラフ電卓を使ってみましょう。いきなり方程式を立てるなどということはしません。

とにかく、概略の図でも紙に書いて、判らない数値を文字でおいてみることにしよう。

円から切り取る弧の長さを x とし、円すいの高さを h 、円すいの半径を r とする.。

円すいの体積は $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$ です。三平方の定理や円弧を張り合わせた部分が円すいの底面の円であることから、$1-r^2=h^2$ や $2\pi-x=2\pi r$ という関係もわかる。

ところで、これらの式を使うと円すいの体積は x だけの式になるはずだから、それを求めてみよう。

このあたりまでは、数学的思考の部分です。

電卓（TI-92) では次のようになります。

- $Define\ \ v(x) = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ Done
- $Solve(1 - r^2 = h^2, h)$

$h = -\sqrt{-(r^2-1)}\ and\ r^2 - 1 \leqq 0; ; or h = \sqrt{-(r^2-1)}\ and\ r^2 - 1 \leqq 0$

- $\sqrt{-(r^2-1)} \to h$ $\sqrt{-(r^2-1)}$
- $solve(2\pi - x = 2\pi r, r)$ $r = \frac{-(x-2\pi)}{2\pi}$
- $\frac{-(x-2\pi)}{2\pi} \to r$ $\frac{-(x-2\pi)}{2\pi}$
- $v(x)$ $\frac{(x-2\pi)^2\sqrt{-x(x-4\pi)}}{24\pi^2}$
- $solve(v(x) = 025, x)|x < 2\pi$ $x = 2.948\ or\ x = .2084$

思考の分析をしてみると以下のようになる。

1 行目　円すいの体積を求める公式は知っています。

2 行目　三平方の定理で h と r の関係が判ったが、h で表したいな。

3 行目　上で求めた式を h に代入しておこう。

4 行目　残った円弧を丸めると帽子の底の円になるから、この関係を r で表したいな。

5 行目　上で求めた式を r に代入しておこう。

6 行目　これで体積は 1 つの変数 x だけの式になったはずだ。どんな式だろう。

7 行目　複雑な式だな。とにかくこの値が 0.25 になる x を求めてみよう。

どうですか？グラフ電卓で解くと、計算力が落ちると思われますか？本来数学は上に述べたような思考の過程が理解できればいいのでわありませんか？数学的ものの見方考え方は身につくと私は思います。

さらにこの後に、「DISCUSSION」があるのが特徴です。この問題から生徒が自分の発想でいろんなことを考え、試し、議論するのです。

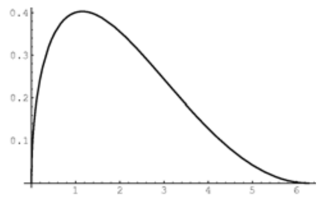
生徒になったつもりで少し勉強してみました。

解が 2 つあるということは、これは（$v(x)$）二次関数なのだろうか？しかし式を見ると単純な式ではない。よし、グラフを書いてみよう。

- $define\ \ y1(x) = v(x)$ done
- GRAPH

面白いグラフだな。このグラフでは体積が一番大きくなるときがありそうだからその時の x を求めてみよう。

- $fmax(y1(x), x)$ $x = \frac{2(\sqrt{6}+3)\pi}{3}; or; x = \frac{-2(\sqrt{6}-3)\pi}{3}$

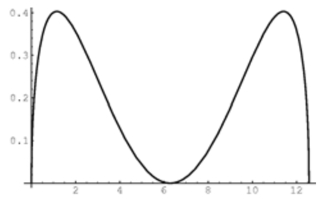


あれ！グラフでは最大値をとるのは 1 カ所だのに、どうして 2 つも出たのだろう。一体この値はどれくらいなんだろう。

▪ $x = \frac{2(\sqrt{6}+3)\pi}{3}$ or $x = \frac{-2(\sqrt{6}-3)\pi}{3}$	$x = 11.4134$ or $x = 1.15299$

x は円弧の一部だから 2π より小さいはずだ。ということは $x = 1.15299$ が最大値をとる x の値だ。すると $x = 11.4134$ は何だ？

そうか、グラフを書かせるときは、定義域を 2π までに制限していたからだ。次は定義域を 4π までで書かせてみよう。



体積が最大になるときの x は判ったが、このとき r と h はどうなっているのだろう。

▪ $r \mid x = \frac{-2(\sqrt{6}-3)\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$
▪ $h \mid x = \frac{-2(\sqrt{6}-3)\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

r と h は美しい値だ。しかも比が $r : h = \sqrt{2} : 1$ だ。これは元の円の半径が 1 のときだから、元の円の半径が 2 だったらどんな比になるのだろう。今の計算を数値を変えて試してみよう。

まあ、こんな風に発展するでしょう。今までの紙と鉛筆の世界で、ここまで思考が進むでしょうか。多くの生徒がおれば、それだけ多くの発展が可能です。それらを持ち寄って「DISCUSSION」すればたった一つの「ACTIVITY」でｘ多くの数学的体験ができるのです。これが数学教育にテクノロジーを持ち込む良さでしょう。

4　問題点と今後の展望

果たして日本の数学教育にテクノロジーを持ち込むことができるでしょうか？現在も多くの希望に満ちた先生方が挑戦しておられます。しかしどうしても今までの「教え込み型」の教授法に慣れているためにとまどいが大きいでしょう。一つは「まず自分がグラフ電卓をマスターしてしまえるだろうか？」という不安があります。8 月 22 日と 23 日に東京工学院大学で行われた「T^3 JAPAN」でも

そのような感想が多くだされました。実践している先生はほとんどが「大丈夫。電卓を教えるのではない。電卓で遊ぶのです。ほんの 10 分ほど扱い方を説明すれば生徒は入り込みます。後は必要な時にひつような機能を説明すればよいのです」と言っていました。確かに私もそうでした。自分はほとんど電卓を使えませんでした。しかしそんなことはまったく心配がいらなかった。生徒はどんどん先に考えて実験していくものです。

もう一つは「DISCUSSION」という形態に生徒も先生も慣れていない不安でしょう。しかしこれも実際にしてみると段々なれてくるものです。「案ずるより生むが安し」の精神で行きましょう。

最後にどのような「ACTIVITY」があるのかという教材の問題です。日本にはまったくこの種の教材が存在しないわけですから。しかしすでに多くの先生がたくさんの実践報告をされています。T^3OSU からも多くの資料を持ち帰ってきました。

私はこれから 10 年くらいをかけて、これらの多くの資料をもとに、3 年間毎日グラフ電卓を使い続けることができるだけの「ACTIVITY」を整理し、日本での数学教育が活性化するための準備をしたいと思っています。

5　おわりに

すでに述べたが、世界の新しい流れを受けて、日本でも T^3 の会合が始まりました。第 2 回の T^3 JAPAN がこの夏開催され、200 名の日本の教師と数名の海外の教師が集まって情報交換が行われました。

来年は 8 月 7 日、8 日に T^3 JAPAN in OSAKA を清風高等学校で開催することにいたしました。これからその準備に取りかかりますが、西日本の多くの先生方に参加していただき、共に新しい数学教育の流れをつくろうではありませんか。