

(企業年金テキスト⑨)

年金資産運用②：現代投資理論

- I 現代ポートフォリオ理論(MPT)の基礎
- II 有効フロンティア
- III 資本資産評価モデル(CAPM)

2022年6月

年金数理人 久保知行

I 現代ポートフォリオ理論 (MPT) の基礎

<効率的市場仮説>

- 証券価格は、入手可能なすべての情報を的確に反映して成立しているという仮説で、将来の証券価格はランダムに変動する(ランダム・ウォーク)というもの<MPTの前提>
- ① ウィーク型: 過去の価格情報は証券価格に反映されているという考え方で、その分析を行うテクニカル分析の有用性が否定される。
- ② セミストロング型: 過去の価格情報だけでなく、公開情報も証券価格に反映されているという考え方で、公開情報の分析によるファンダメンタルズ分析の有用性も否定される。
- ③ ストロング型: 価格情報、公表情報に加えて未公開の内部情報もすでに証券価格に反映されているという考え方

<ポートフォリオ (Portfolio) >

- もとは、「紙ばさみ、書類かばん」を意味する用語。資産運用では、所有する**資産の全体あるいはその組合せ**をいう。
- 効率的市場仮説の下では、適切な割合で株式や債券などの複数の資産を組み合わせることにより、リスクを分散して、資産運用の効率性等を高めることができると考える。
- 重要なのは、従来の個別の資産の割安・割高の判断から、資産全体としての運用成果を考えるという発想の転換をもたらした点にある。
- また、特定のポートフォリオの運用成果を、市場（全体の）ポートフォリオと比較して優劣を判断するという運用評価の革新にもつながった。

<リターン(収益率)>

- 投資活動により投資がどう変化したかを「期初資産価値(元本)」に対しての割合で測る尺度

$$\text{収益率} = \frac{\text{期末資産価値} - \text{期初資産価値}}{\text{期初資産価値}}$$

- **金額加重収益率**: 期初の元本と期中で追加されたキャッシュ・フローから生み出された期末の資産全体について、その時価の増加に対応する収益率

$$V_n = V_0 \times (1 + r)^n + \sum C_i \times (1 + r)^{n-t_i}$$

r(金額加重収益率)、 V_0 (期初の元本)、 V_n (期末時価総額)

C_i (期中キャッシュ・フロー)、 t_i (C_i の発生時点)、n(期間全体の長さ)

- **時間加重収益率**: 期間中のキャッシュ・フローの影響を排除したもので、運用機関の運用能力を評価できる収益率

$$(1 + R)^n = (V_1 / V_0) \times \{V_2 / (V_1 + C_1)\} \times \dots \times \{V_n / (V_{n-1} + C_{n-1})\}$$

R(時間加重収益率)、 V_0 (期初の元本)、 V_i (期初の元本)、 V_n (期末時価総額)

C_i (期中キャッシュ・フロー)、n(期間全体の長さ)

<設例>

運用機関Aには追加拠出なし。運用機関Bには追加拠出あり。

区分	期初		期中		期末	年収益率
市場	100	→	80	→	120	20%
運用機関A	110	→	(88)	→	132	20%
運用機関B	100	→	(80)	→	120	20%
			10	→	15	半年50%
					計135	約23.9%

金額加重収益率

$$\text{運用機関A} = (132 - 110) / 110 = 20\%$$

$$\text{運用機関B: } 100 \times (1+r) + 10 \times (1+r)^{1/2} = 135 \quad \text{より } r = \text{約}23.9\%$$

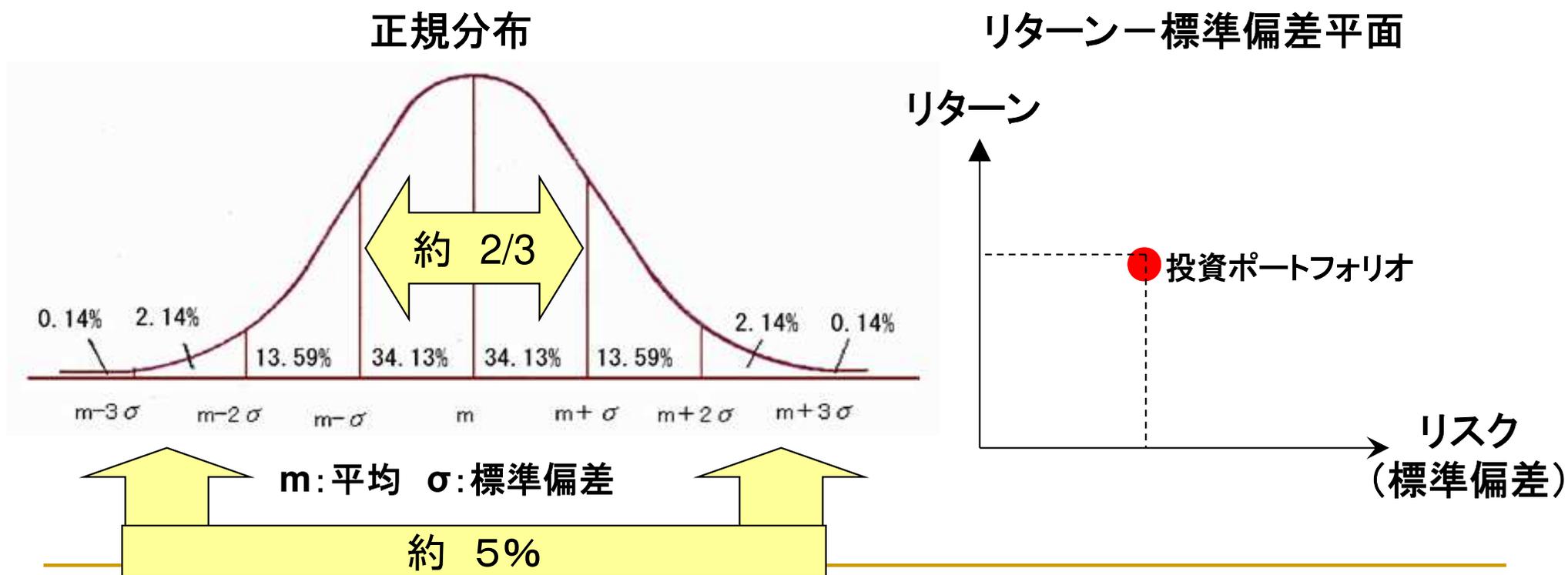
時間加重収益率

$$\text{運用機関A} = 132 / 110 - 1 = 20\%$$

$$\text{運用機関B: } (80 / 100) \times (135 / 90) - 1 = 20\%$$

<リスク(標準偏差)>

- MPTでは、リスクを、リターンのばらつき度合いの標準偏差と考え、かつ、その正規分布を前提としている。
- これにより、投資ポートフォリオを、リターンー標準偏差の平面で表現する。

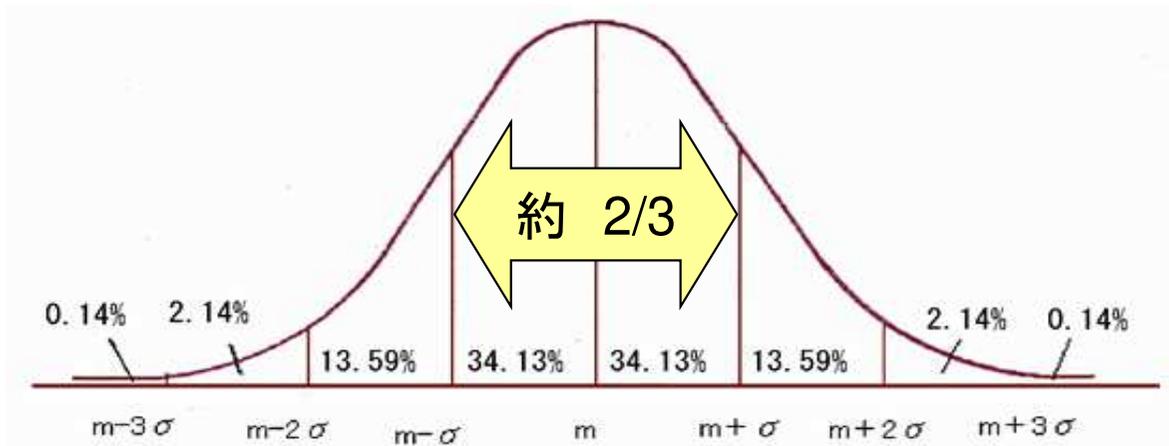


(参考:偏差値)

- 偏差値は、集団の中での相対的な位置を測るための指標。
正規分布に近い形であれば、有用性が高い。

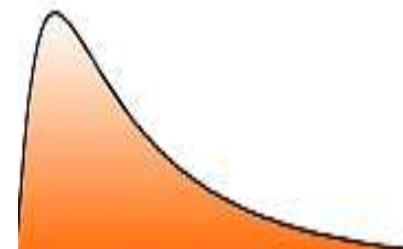
$$\text{偏差値} = 50 + 10 \times \frac{\text{個のデータ(得点など)} - \text{平均値}}{\text{標準偏差}}$$

正規分布



m:平均 σ :標準偏差

約 5%



<相関関係(係数)>

- 2つの事象(投資ポートフォリオの収益率)の連動性の指標
- 相関係数は、+1(完全に同じ方向に動く、プラスは順相関) ~ 0(バラバラに動く、無相関) ~ -1(完全に反対方向に動く、マイナスは逆相関)の範囲

2資産ポートフォリオ(A、Bの組み入れ比率: w_1 、 w_2 $w_1 + w_2 = 1$)の場合

平均: $m = w_1 m_1 + w_2 m_2$

分散: $\sigma^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_{12}$ σ_{12} : 共分散

相関係数: $\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2}$

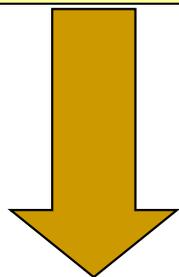
3資産ポートフォリオの場合

分散: $(w_A \sigma_A \quad w_B \sigma_B \quad w_C \sigma_C) \begin{pmatrix} 1 & \rho_{AB} & \rho_{AC} \\ \rho_{AB} & 1 & \rho_{BC} \\ \rho_{AC} & \rho_{BC} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_A \sigma_A \\ w_B \sigma_B \\ w_C \sigma_C \end{pmatrix}$

(参考:相関係数が-1の場合の裁定機会の例)

友人のA君は、熱心なトラキチで、次の巨人戦では阪神が勝つと信じており、阪神が勝った場合には、ボクがランチを1回おごり、負けたらボクに2回おごってもらう賭けを受けた。

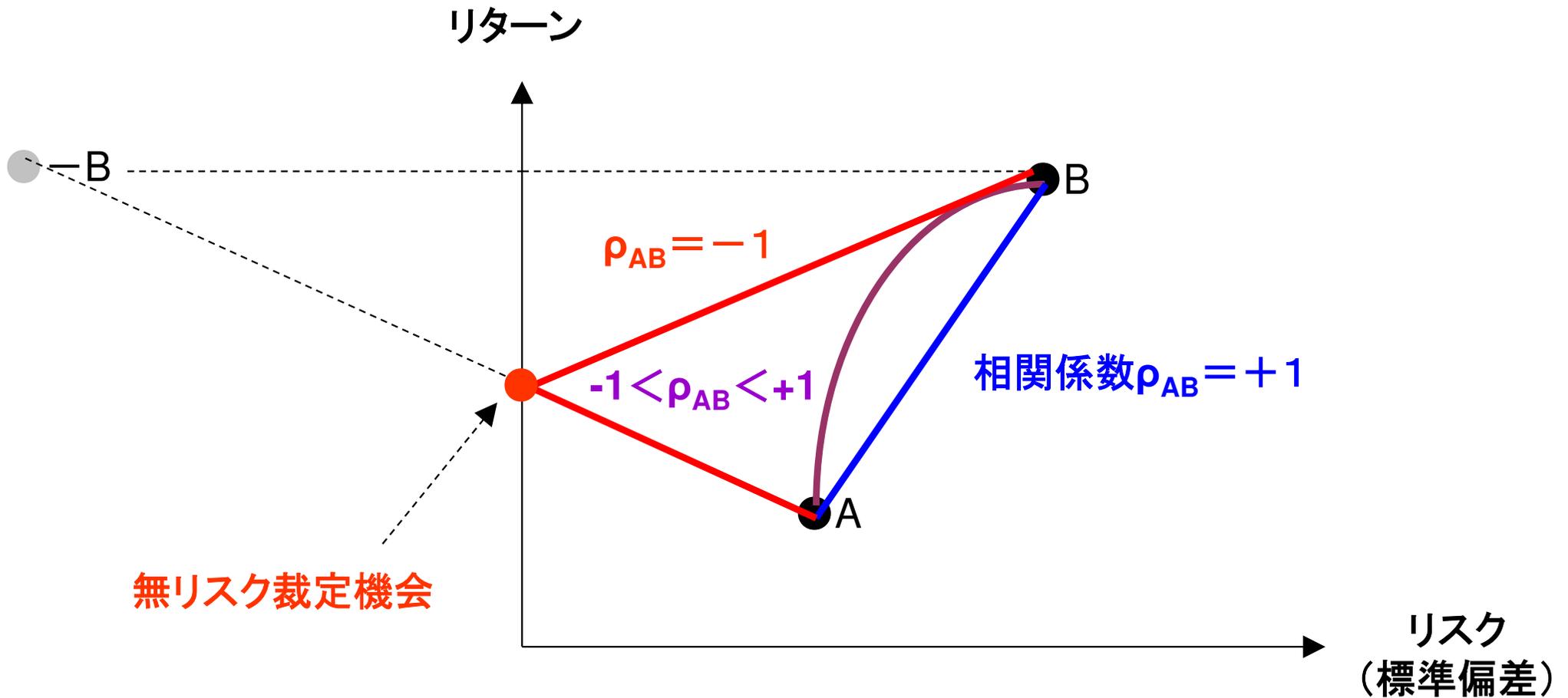
ボクは、友人のB君と、阪神が負けたらボクがランチを1回おごり、勝ったらボクに1回おごってもらう賭けもすることができた。



これにより、ボクはただでランチを1回食べる機会を得られる。
<無リスクの裁定機会(リスクのない収益チャンス)>

勝敗	A君との関係	B君との関係	総合
阪神勝利	-ランチ1回	+ランチ1回	-
阪神敗北	+ランチ2回	-ランチ1回	+ランチ1回

<2資産ポートフォリオのイメージ>



<例題>

次の投資Aと投資Bを対象とする投資について、投資Aと投資Bとの相関係数が0.8であるとき、投資Aを30%、投資Bを70%組み合わせたポートフォリオの標準偏差は、いくらか。

売買手数料等は考慮しないものとし、%表示で、小数第1位を四捨五入すること。

<各資産の期待収益率とリスク>

	期待収益率 (年率)	リスク (標準偏差)
投資A	4%	10%
投資B	5%	25%

解答: 標準偏差を σ とすると、

$$\sigma^2 = (w_A \sigma_A)^2 + (w_B \sigma_B)^2 + 2 \times \rho_{AB} \times (w_A \sigma_A) \times (w_B \sigma_B)$$

$$\sigma_A = 10(\%), \sigma_B = 25(\%), w_A = 30(\%), w_B = 70(\%), \rho_{AB} = 0.8 \text{ より、}$$
$$\sigma = 0.1998 \rightarrow 20.0(\%)$$

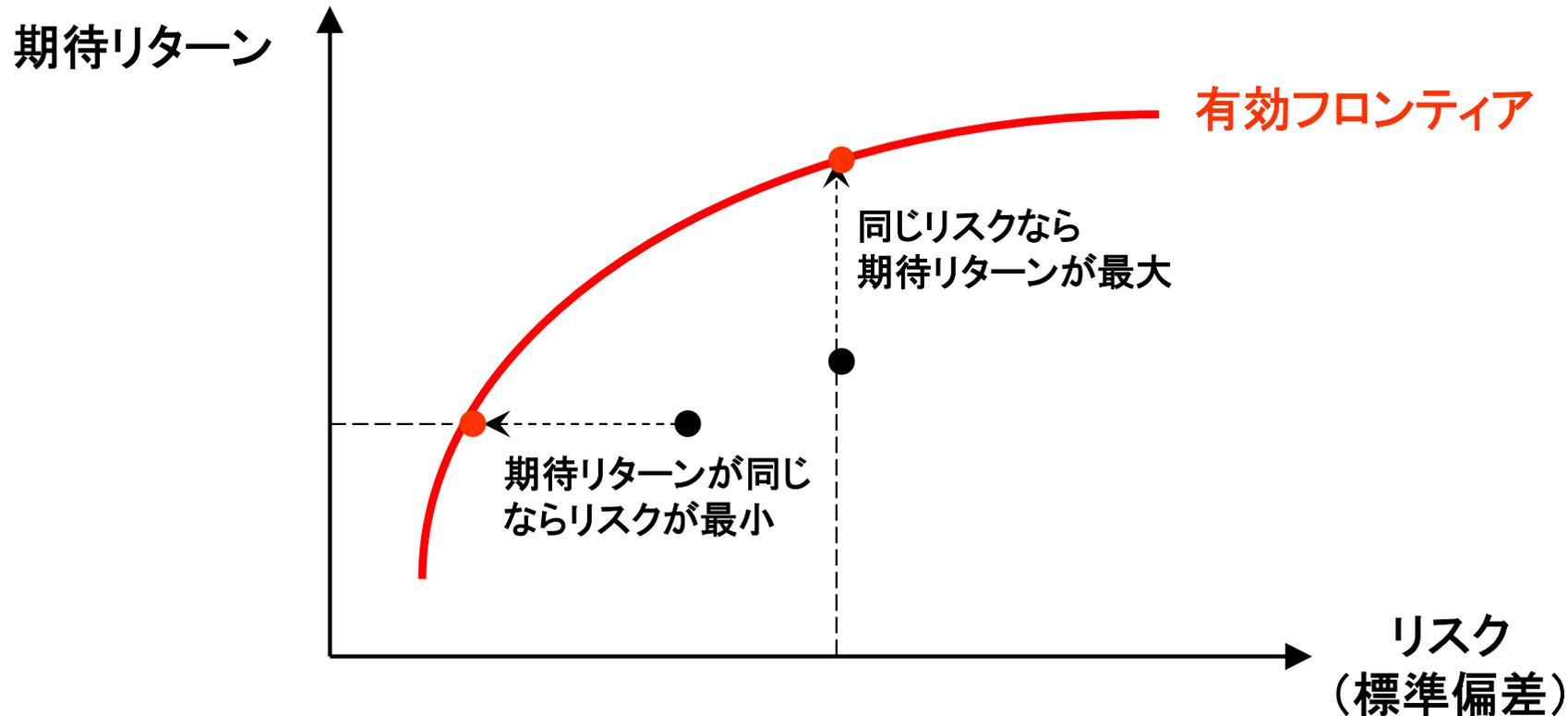
(参考: 例題の表による解法)

	①割合	②標準偏差	③=①×②	④=③×③
A	0.3	0.10	0.03	0.0009
B	0.7	0.25	0.175	0.030625
		⑤相関係数	⑥=2×A×B	⑦=⑤×⑥
		0.8	0.0105	0.0084
			合計	0.039925
			√	0.1998

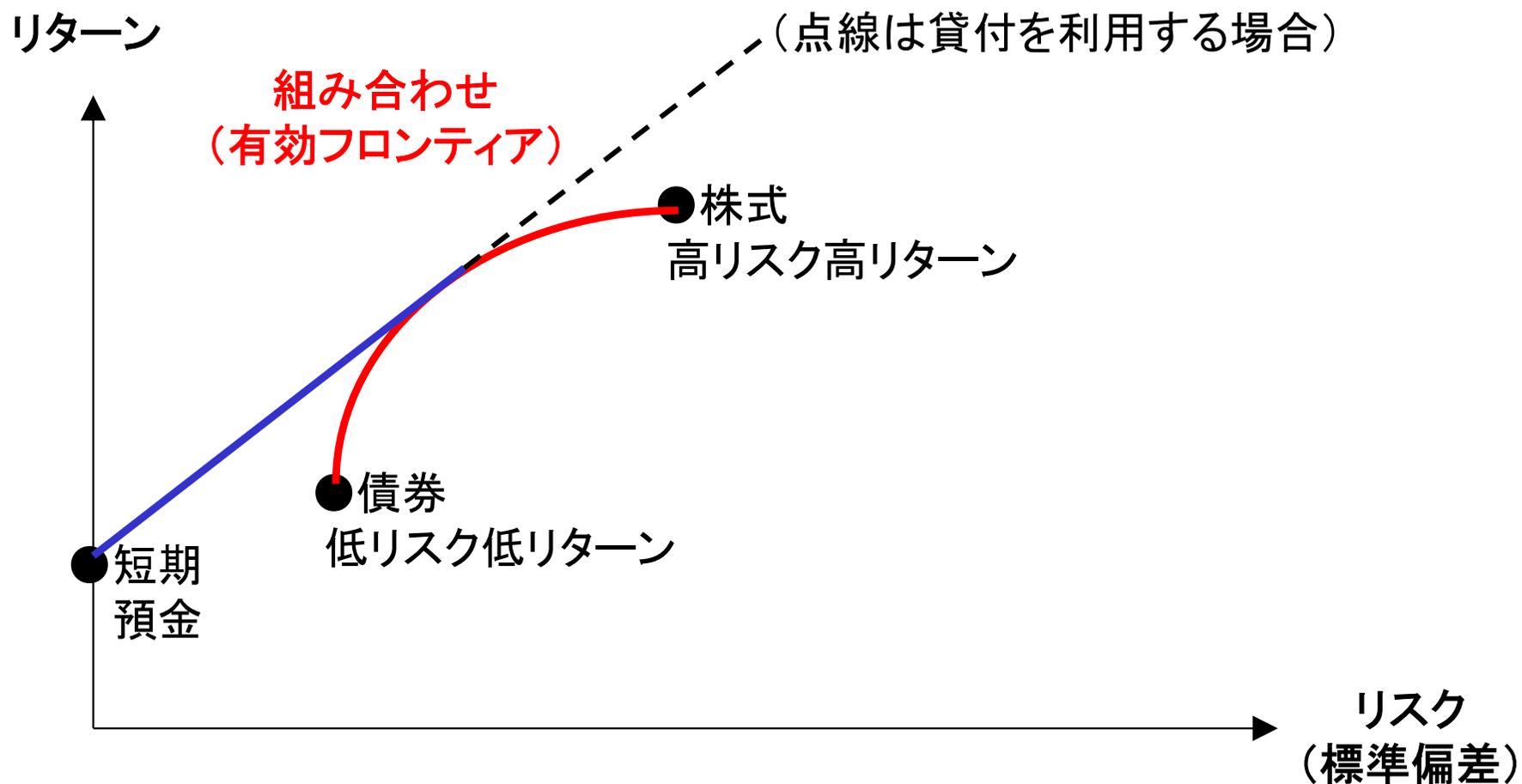
Ⅱ 有効フロンティア

<有効(効率的)フロンティア Efficiency Frontier>

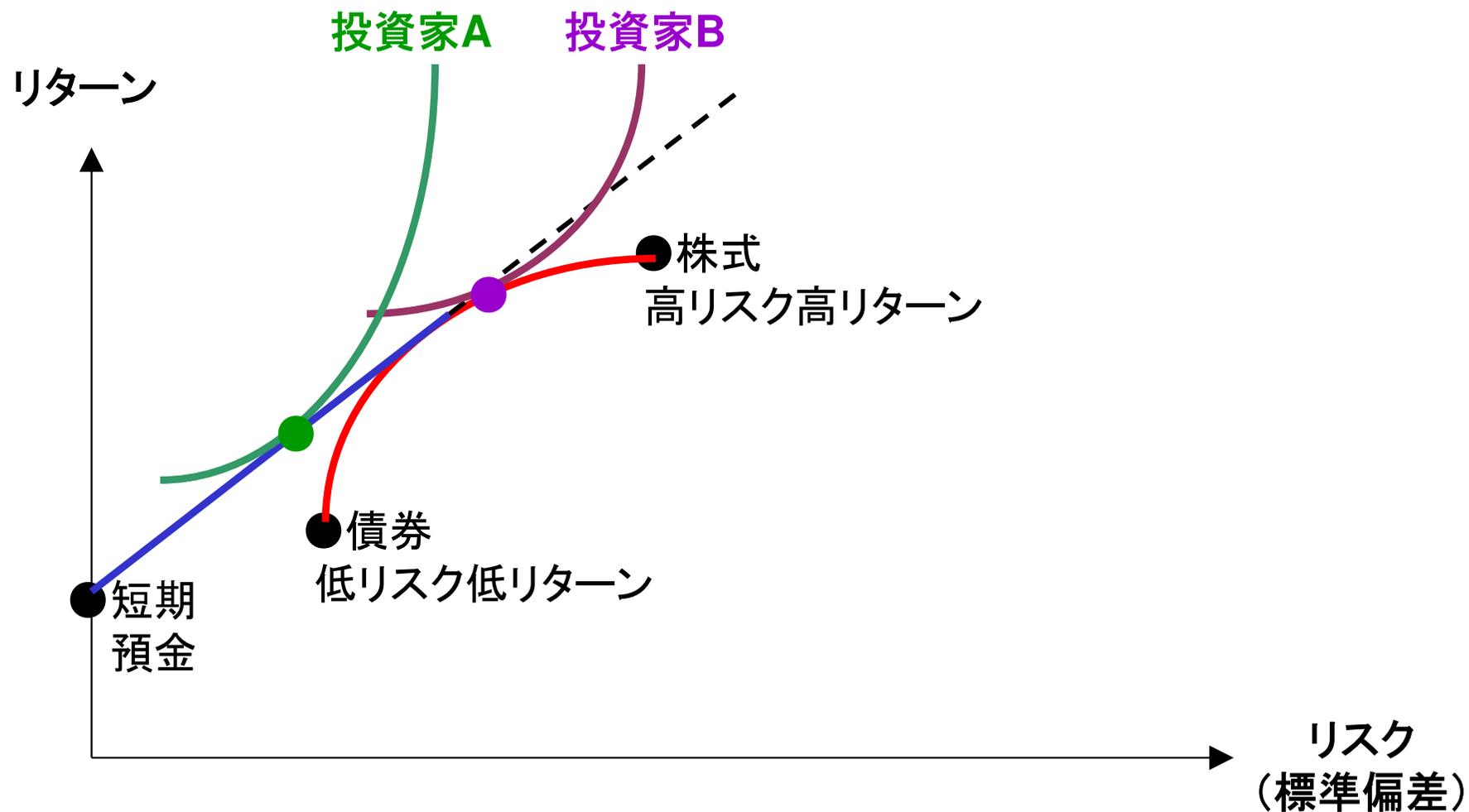
- 複数の資産についての組み合わせで、期待リターンが同じならリスクが最小に、同じリスクなら期待リターンが最大となるような集合体。下の図がリターンー標準偏差平面での表示。



<実際の資産配分で用いられる有効フロンティア>



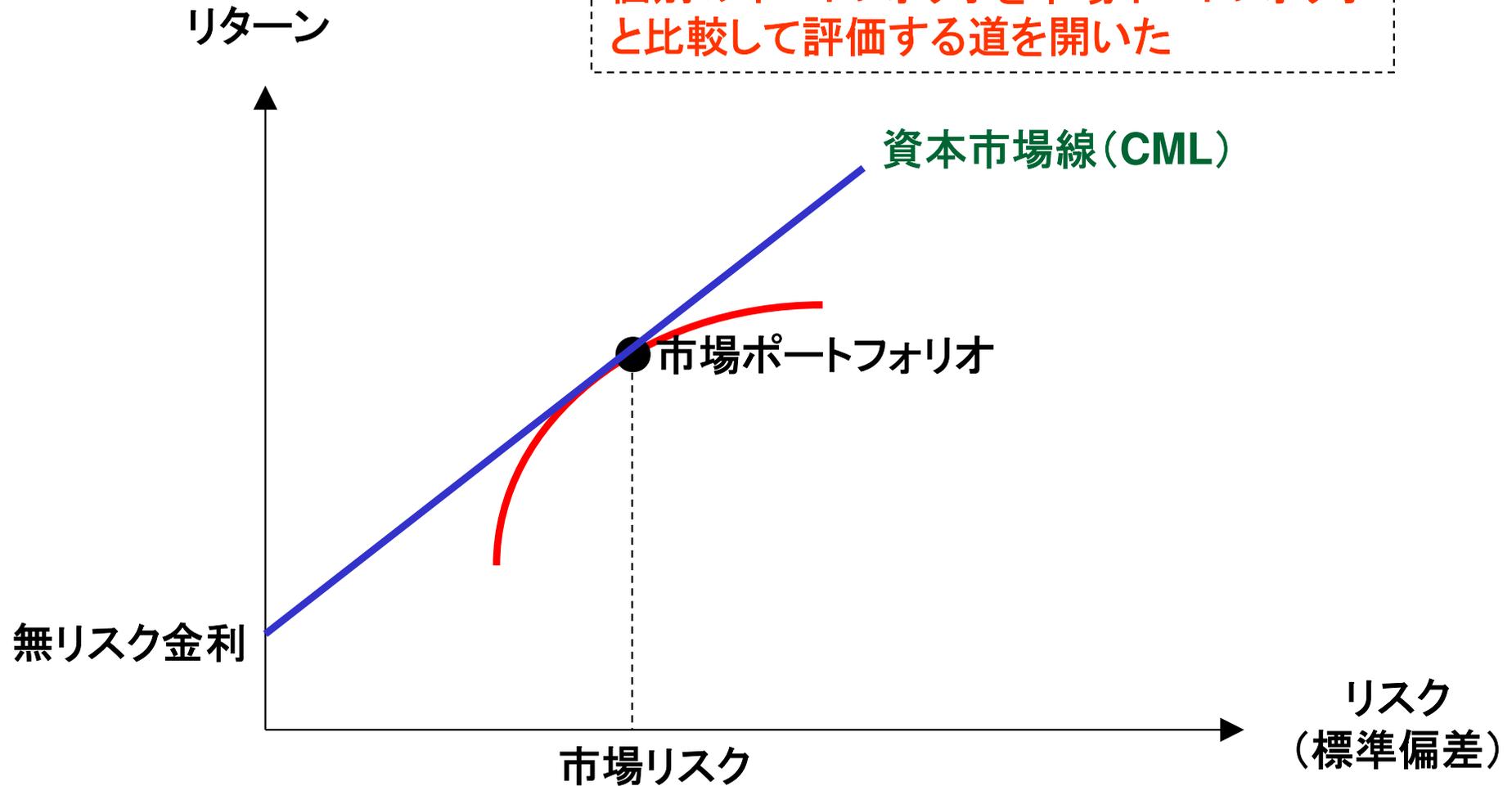
<資産配分の決定：効用曲線と有効フロンティア>



Ⅲ 資本資産評価モデル (CAPM)

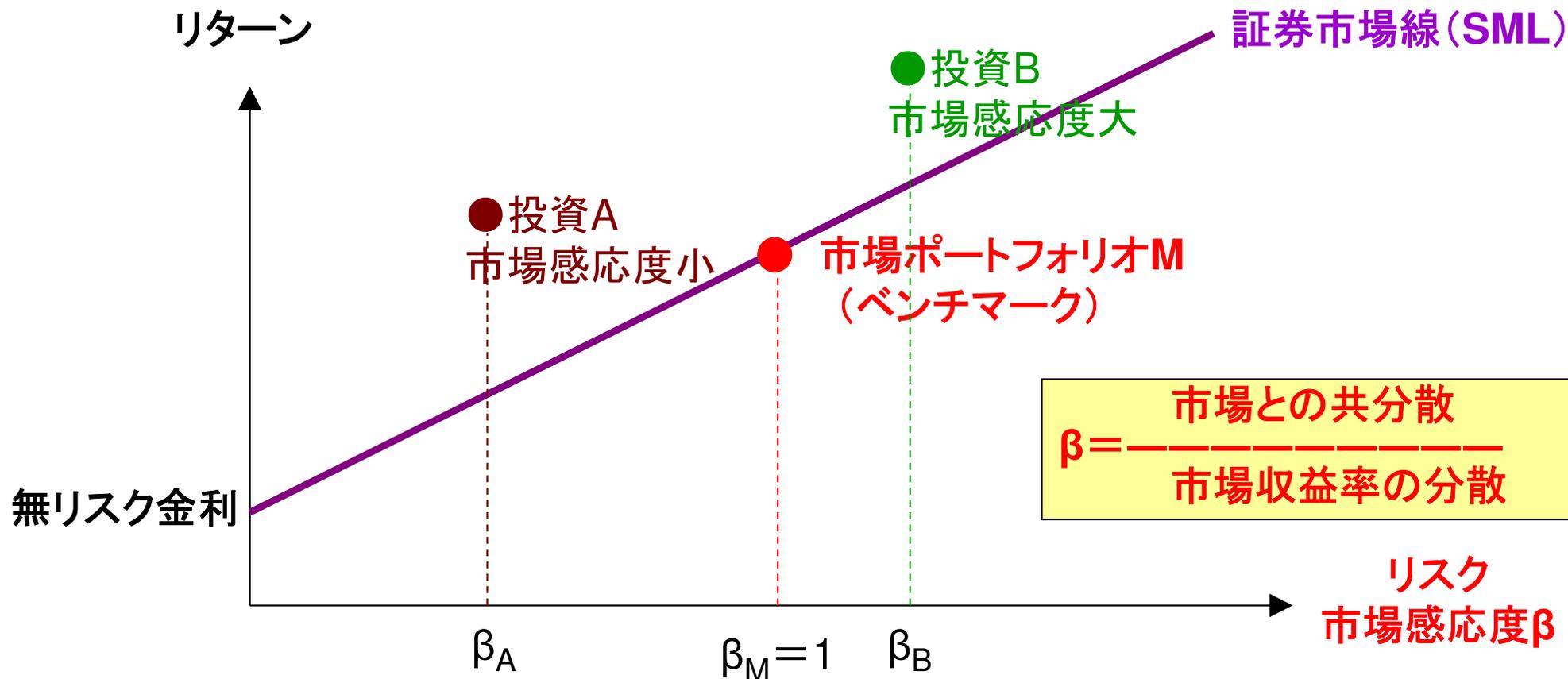
< 資本市場線 (Capital Market line) >

個別のポートフォリオを市場ポートフォリオと比較して評価する道を開いた



<証券市場線 (Security Market line)>

個別の資産や投資を市場との感応度に応じて分析・評価する道を開いた



——— <トータルリスク = 市場 (システマチック) リスク + 非市場 (アンシステマチック) リスク>